

UNE NOUVELLE MÉTHODE DE MESURE DES FORMES MODALES DES STRUCTURES AÉRONAUTIQUES

par Jean-Jacques ANGÉLINI

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA)
92320 Châtillon (France)

Résumé

La méthode décrite permet de déterminer les caractéristiques modales d'une structure à partir d'un essai de vibration harmonique effectué avec un certain nombre de répartitions de forces indépendantes. On expose le principe de la méthode et on décrit son application.

A NEW METHOD OF MODE-SHAPE MEASUREMENT OF AERONAUTICAL STRUCTURES

Summary

The method which is described allows the determination of the normal mode characteristics of a structure from a harmonic vibration test performed with several independent force distributions. The principle of the method is presented and its application is described.

Notations

h	déplacement d'un point
W	forme propre
q	coordonnée généralisée
μ	masse généralisée
γ	raideur généralisée
ω	pulsation
A	matrice d'amortissement
x, y, z	coordonnées d'un point (voir figure 1)
F	force

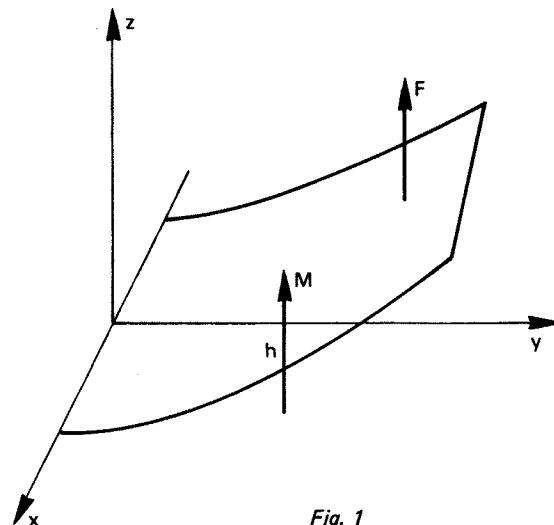


Fig. 1

I.- INTRODUCTION

Le problème de la mesure des formes modales d'un avion a été longtemps d'un intérêt primordial en aéronautique. Avant l'apparition des gros ordinateurs rapides qui permettent de les prévoir par le calcul, les modes propres expérimentaux constituaient, du moins en France, la seule base admise pour le calcul des vitesses critiques de flottement par les autorités de certification. Actuellement encore ces mêmes autorités demandent une vérification expérimentale des calculs de modes propres, d'où l'intérêt continu d'améliorer leur mesure et de la rendre toujours plus rapide en utilisant les possibilités des nouveaux ordinateurs.

L'apparition sur le marché, parallèlement aux gros ordinateurs, d'une classe de mini-ordinateurs transportables et suffisamment rapides pour faire, dans des temps relativement courts, l'acquisition et le traitement d'une quantité importante de mesures, permet de réaliser des progrès substantiels.

C'est pour ces raisons qu'une nouvelle méthode de mesure a été établie puis a fait l'objet d'une application concrète à l'Office National d'Études et de

Recherches Aérospatiales qui la met en oeuvre dans son laboratoire mobile d'essai de vibration au sol. Cette installation sera sommairement décrite dans le paragraphe sur la mise en oeuvre et l'application.

II.- EXPOSE DE LA METHODE

Considérons une structure linéaire, une aile par exemple. Le déplacement d'un point s'écrit

$$h = [W] q$$

où h est le déplacement selon z , $[W]$ la matrice modale et q la colonne de coordonnées généralisées.

Soit un ensemble de forces harmoniques appliquées normalement à la surface et définies par la colonne F . Les équations du mouvement s'écrivent :

$$[(\gamma - \mu \omega^2) + j\omega A] q = [W]^T F \quad (1)$$

où γ et μ sont respectivement les matrices diagonales de masse et de raideur généralisées. A est la matrice d'amortissement, supposée symétrique et strictement positive.

Si maintenant on considère un ensemble de configurations d'excitation, il lui correspond n colonnes de forces, n colonnes de coordonnées généralisées et n colonnes de réponses aux points d'excitation, que l'on peut ranger pour former trois matrices de n colonnes : la matrice des excitations $[F]$, la matrice des coordonnées généralisées, $[q]$, et la matrice des réponses ou déflexion, $[h]$.

L'équation (1) s'applique aussi à ces matrices :

$$[\gamma - \mu \omega^2 + j\omega A][q] = [W]^T [F]$$

Multiplions cette équation à gauche par $[q]^T$

$$[q]^T [\gamma - \mu \omega^2 + j\omega A][q] =$$

$$[q]^T [W]^T [F] = [h]^T [F] \quad (2)$$

On remarque que dans cette équation le membre de droite est entièrement accessible à la mesure.

$$\text{Posons } [h]^T [F] = P_1 + j P_2$$

où P_1 est la partie hermitienne et $j P_2$ la partie anti-hermitienne de $[h]^T [F]$.

De l'équation (2) on tire

$$[q]^T [\gamma - \mu \omega^2][q] = P_1 \quad (3)$$

$$\omega [q]^T A [q] = P_2 \quad (4)$$

On remarque que P_2 est hermitienne positive, donc que le problème aux valeurs propres

$$P_1 V = \lambda P_2 V \quad \text{a un sens.}$$

Si maintenant on balaye en fréquence une gamme $\Delta \omega$ dans laquelle se trouvent un ou plusieurs modes de la structure, on obtient une famille $\lambda(\omega)$. Supposons que l'une d'entre elles soit nulle pour $\omega = \omega_n$, $\lambda(\omega_n) = 0$.

Alors il existe V tel que $P_1 V = 0$, soit :

$$[q]^T [\gamma - \mu \omega_n^2][q] V = 0$$

La matrice $[q]$ a n colonnes ; si n est assez grand et si le nombre de modes dans la gamme $\Delta \omega$ est plus petit que n , les réponses sur les coordonnées latérales aux modes seront très petites ; on peut alors supposer la matrice $[q]$, carrée et non singulière si les n configurations de forces sont linéairement indépendantes. On a alors

$$(\gamma - \mu \omega_n^2)[q] V = 0$$

donc $[q] V$ est vecteur d'appropriation ; γ et μ étant des matrices diagonales, c'est un vecteur clé, c'est-à-dire une colonne dont tous les coefficients sont nuls, sauf le n ème correspondant au mode de fréquence propre ω_n .

$$\text{De } [h] = [W][q]$$

on déduit :

$$[h] V = [W][q] V = W_n$$

W_n étant, à un coefficient près, la n ème colonne de la matrice $[W]$. W_n définit donc la forme propre non normalisée du n ème mode. En général on normalise en donnant une valeur unitaire (1 mètre) à la déflexion en un point M appelé point de normalisation.

Si l'on calcule

$$\frac{d}{d\omega} (V^T P_1 V), \text{ pour } \omega = \omega_n$$

on obtient

$$\frac{d}{d\omega} (V^T P_1 V) = -2 \omega V^T [q]^T \mu [q] V = 2 \mu_n \omega^2 h_M^2$$

en convenant que le mode est normalisé en un point M où le déplacement est donné et vaut 1 (h_M étant la déflexion au point M dans la déformée non normalisée).

De même

$$V^T P_2 V = \omega_n A_{nn} h_M^2 = 2 \omega_n^2 \mu_n \alpha_{nn} h_M^2$$

donne l'amortissement réduit diagonal du mode à ω_n

Remarque :

Si l'on a les données de deux modes : V et V' , ω_n et ω'_n on a aussi

$$j \omega_n A_{nm} h_M h'_M = \bar{h}' [F] V$$

formule qui donne la possibilité de mesurer les termes non diagonaux d'amortissement.

III.- MISE EN OEUVRE ET APPLICATION

L'ONERA a réalisé un laboratoire mobile d'essai de vibration au sol installé dans une remorque tractable.

Cette installation comprend : un système d'excitation des structures par excitateurs électro-dynamiques commandés en parallèle par un synthétiseur de fréquence digital fournissant la fréquence d'excitation ainsi qu'un multiple entier de cette fréquence.

Un système permet l'acquisition de mesures accélérométriques par bloc de 100 mesures (650 sont actuellement disponibles). Ces mesures sont faites à travers un système multiplexeur géré par un ordinateur Hewlett Packard 2100 ; elles sont stockées sur le disque de l'ordinateur pour traitement ultérieur.

L'identification modale se fait en deux temps :

- 1) Un balayage en fréquence est effectué sur toute l'étendue de la gamme de fréquence à étudier ; la réponse en fréquence est visualisée sur table traçante (fig. 2) et permet de repérer les intervalles de fréquences dans lesquels se trouvent des modes propres.

- 2) A partir d'une console de visualisation et de commande, un opérateur sélectionne les intervalles intéressants et applique la méthode précédemment décrite de la façon suivante :

- a) Sur la gamme choisie on effectue la visualisation de la famille des valeurs propres (fig. 3) et l'on repère celle qui passe par zéro.
- b) Pour cette valeur propre, λ , l'opérateur obtient le tracé sur écran des fonctions $V^T P_1 V$ et $V^T P_2 V$ (fig. 4) ; il sélectionne la fréquence ω_n de passage par zéro et commande le tracé de la tangente en ω_n à la fonction $V^T P_1 V$. Il doit également définir le point de normalisation. L'ordinateur répond en donnant ω_n , μ_n et α_n ainsi que le produit $[F] V$ des forces de quasi appropriation.
- c) Sur demande, l'ordinateur donne le bouquet de phases des points traités.
- d) Si l'opérateur est insatisfait il peut recommencer en a) pour un autre λ (ω).

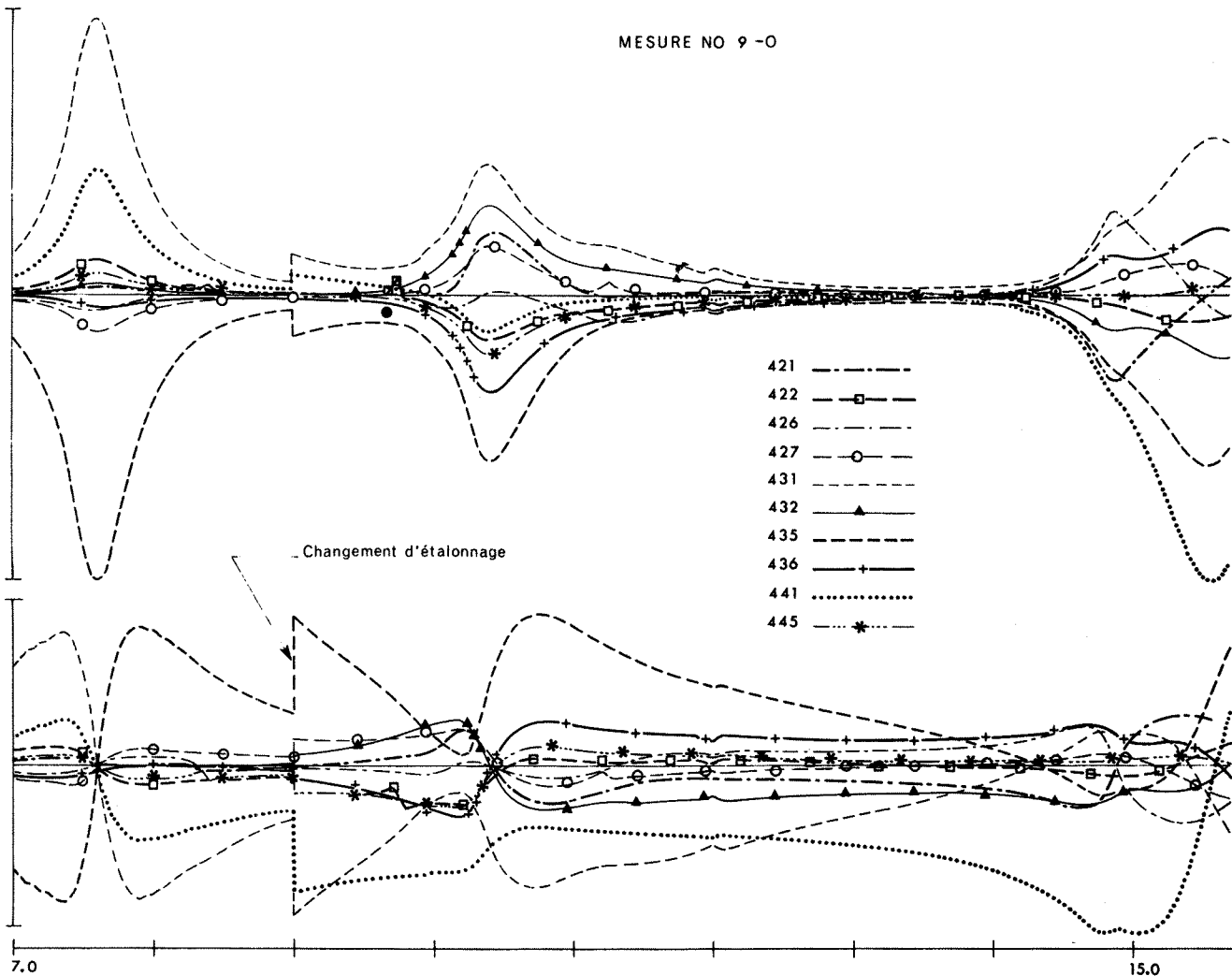


Fig. 2 - Balayage en fréquences.

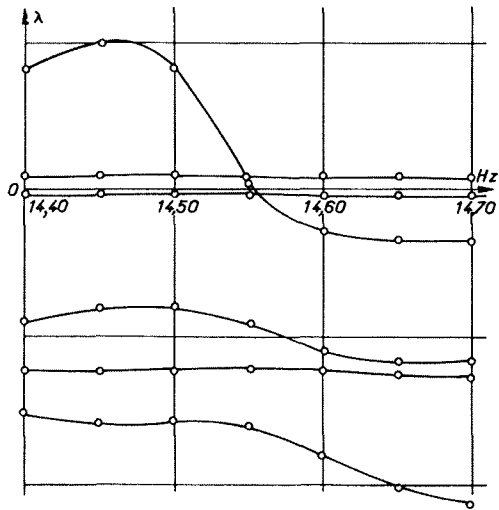


Fig. 3 - Valeurs propres.

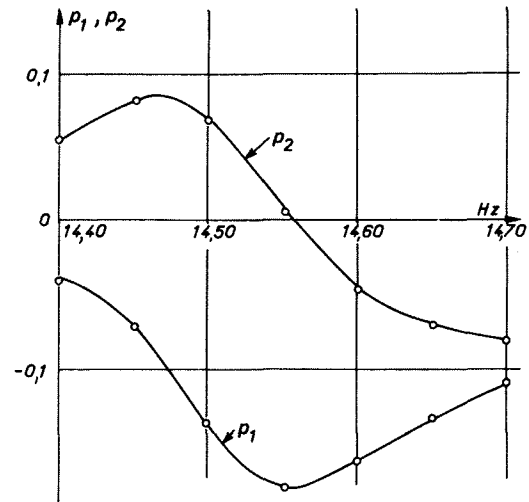


Fig. 4 - Courbes p_1 et p_2 .

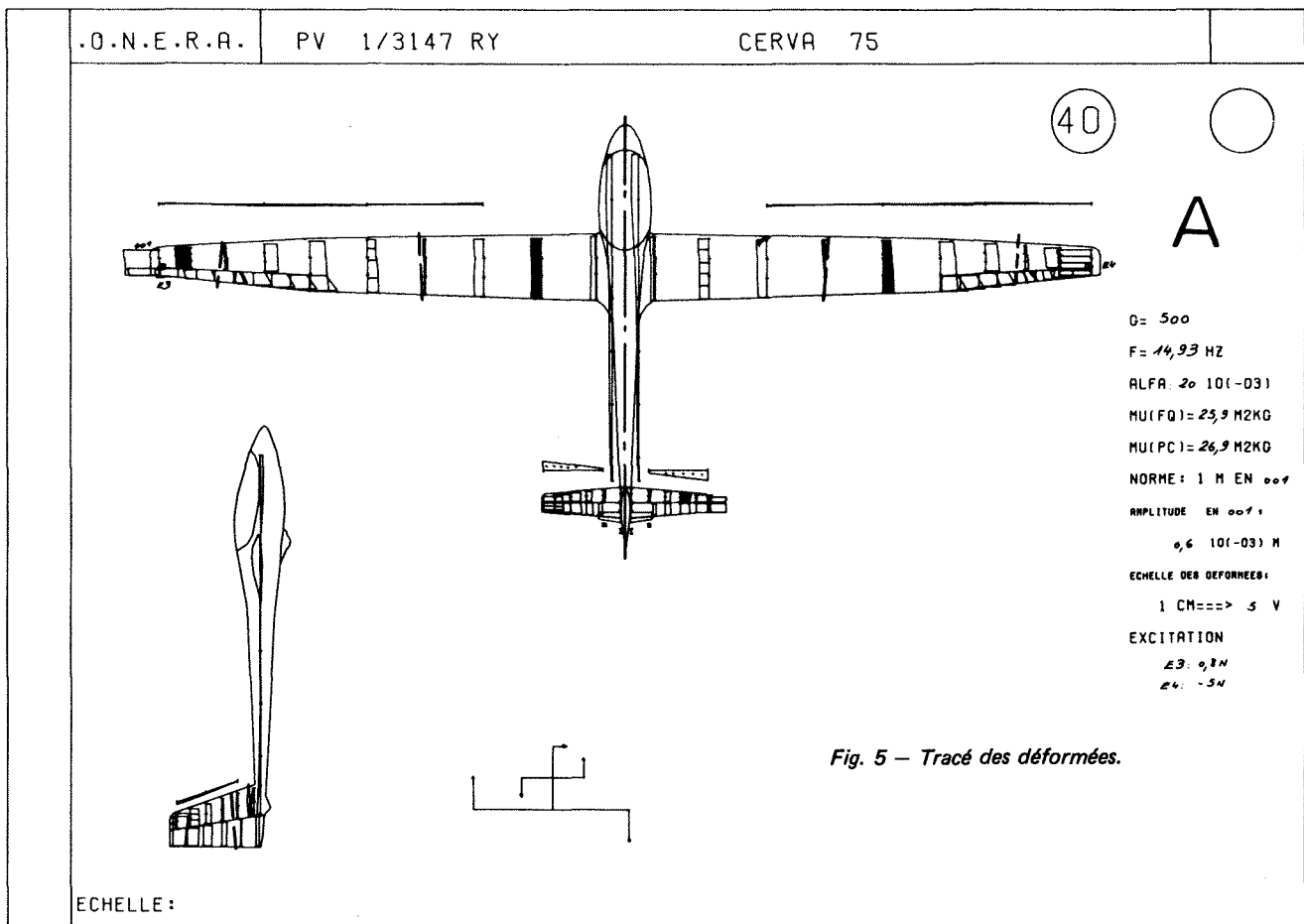


Fig. 5 - Tracé des déformées.

Ces opérations terminées il reste à effectuer l'acquisition de la forme modale sur un nombre de points aussi grand que nécessaire. Deux pratiques sont possibles : à ω_n on reproduit l'acquisition pour toutes les configurations de forces à tous les points choisis, l'ordinateur traite les résultats qui sont stockés sur bande magnétique et visualise sur table traçante (fig. 5). Cette méthode est relativement lente.

Dans certains cas, on peut opérer de la façon suivante : l'ordinateur ayant fourni les forces d'appropriation, on les applique à la structure, à la fréquence ω_n ; on vérifie que les points de contrôle sont bien en phase et on fait alors l'acquisition en une seule fois.

CONCLUSION

La mise en oeuvre industrielle de la méthode précédente est relativement récente. Elle a été appliquée un certain nombre de fois sur des planeurs et sur un petit avion équipé de réacteurs en podé qui a fourni un excellent test d'application à cause du grand nombre de modes voisins dû au montage des moteurs.

On a rencontré, lors de ces mesures, les difficultés habituelles dues aux non-linéarités de structure, mais les fréquences voisines n'ont pas donné de difficultés particulières.

Le temps de mesure global est resté sensiblement le même que dans les méthodes traditionnelles ; cela est dû en partie à la grande charge de l'ordinateur qui fait l'acquisition, le traitement et le tracé. Un gain de temps important pourrait vraisemblablement être obtenu en différenciant les tracés sur un système autonome.

D'autre part il est certain que la taille de l'avion intervient beaucoup moins dans le temps de mesure qu'avec la méthode classique et l'on peut escompter un gain relatif de temps important dans le cas de gros avions.