

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES OF CRACK PROPAGATION

J.M. THOMAS, SNIAS TOULOUSE, and  
D. ALLIAGA, SNIAS SURESNES - FRANCE

Le but de cet exposé n'est pas de déterminer toutes les corrélations, multiples, existant entre un bureau d'études et un laboratoire d'essais dans le domaine de la fatigue et de la mécanique de la rupture. Ces liaisons sont nombreuses et diverses, et résultent des résultats ou des besoins de l'un et l'autre des partenaires.

Au contraire cet exposé s'efforce de montrer, à travers quelques sujets revêtant un certain caractère de nouveauté ou d'originalité, comment une bonne et étroite collaboration permet d'améliorer les techniques d'essais et de calcul afin de mieux cerner la mécanique de la rupture aéronautique.

1 - FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTE ET VITESSE DE PROPAGATION

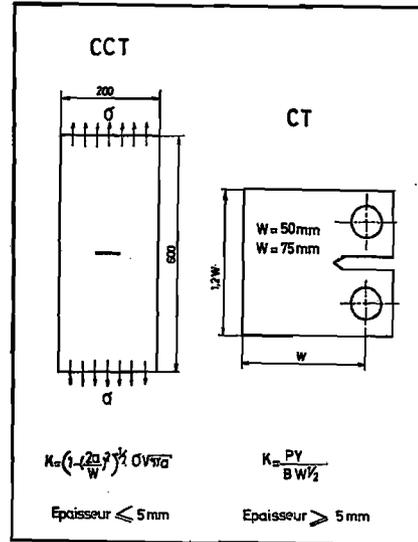
1.a - Méthode expérimentale en laboratoire

En fissuration les essais sont réalisés sur des machines à servo-valves pilotées par des mini-ordinateurs qui permettent d'effectuer, aussi bien des cyclages simples (sinusoïdal, triangulaire; ...), que des cyclages plus complexes représentatifs des contraintes réelles (spectres relevés en service, Programme Twist, ...). Deux types d'éprouvettes sont utilisés afin de se situer dans des conditions réalistes d'épaisseurs voisines de celles rencontrées dans les structures d'avions. Dans le cas d'épaisseurs égales ou supérieures à 5 mm qui correspondent à des pièces telles que longerons, caches, ..., nous utilisons l'éprouvette CT. Pour les épaisseurs plus faibles qui sont représentatives des voilures, les vitesses de propagation sont étudiées sur des éprouvettes plates à entaille centrale du type CCT. (voir schéma ci-contre).

\* Influence du rapport R :

Les vitesses de fissuration sont habituellement reportées en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$  qui semble être le paramètre prépondérant. Cependant, d'autres paramètres peuvent avoir une grande influence sur les vitesses de propagation, parmi ceux-ci, le rapport R de la contrainte minimum à la contrainte maximum au cours du même cycle de fatigue est certainement un des plus importants.

Pour quelques alliages d'aluminium (2618 - 2024 - 7175) l'influence considérable du rapport R, lorsqu'il varie de 0,01 à 0,75 est représenté sur la figure 1.



Si pour les très faibles vitesses de propagation, au voisinage du seuil de non fissuration ( $< 10^{-6}$  mm/cycle), les avancées par cycle semblent dépendre en première approximation du seul paramètre  $K_{max}$ , lorsque les vitesses sont plus importantes, il est nécessaire de faire intervenir plusieurs paramètres. Aux vitesses intermédiaires ( $5 \cdot 10^{-6}$  -  $5 \cdot 10^{-3}$  mm/cycle) ELBER propose la relation :  $\frac{da}{dn} = C [(0,5 + 0,4 R) \Delta K]^n$  établie sur l'alliage 2024 T3 en tenant compte de la fermeture des fissures. Pour les vitesses plus fortes, il paraît cependant indispensable de faire intervenir la tenacité du matériau, les vitesses de propagation ayant une asymptote lorsque  $K_{max} \rightarrow K_C$ . Différentes relations ont été proposées pour prendre en compte l'influence de la tenacité parmi ces relations, celle établie par FORMAN semble à l'heure actuelle avoir le plus de crédit :

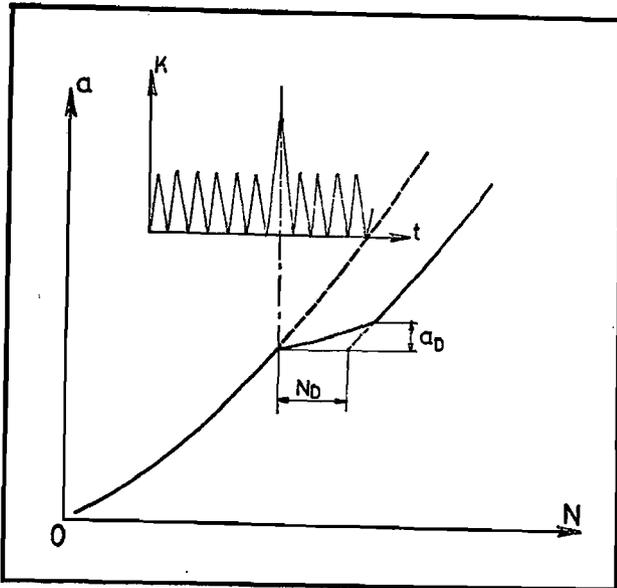
$$\frac{da}{dn} = \frac{C \Delta K^n}{(1-R) K_C - \Delta K}$$

Nous montrons à la figure 2 que lorsque les vitesses de propagation sont supérieures à  $10^{-3}$  mm par cycle, la relation de FORMAN donne une approximation satisfaisante pour R compris entre 0,01 et 0,75.

\* Effet de surcharge :

La relation de FORMAN ne peut être appliquée que lorsque les sollicitations sont d'amplitude constante, elle ne tient pas compte ni de l'effet de retard ni du blocage qui peuvent se produire après l'application d'une surcharge de traction temporaire.

La figure ci-après schématise cet effet sur une courbe  $a = f(N)$  (a longueur de fissure - N nombre de cycle). Deux paramètres sont suffisants pour décrire le ralentissement :  $a_D$  la longueur de fissure affectée et  $N_D$  le nombre de cycle de retard.



Le tableau suivant montre que l'effet de retard peut être très variable suivant l'alliage employé.

| $K_0 = 12 \text{ MPa mm}^{1/2} - K_{pic} = 18 \text{ MPa mm}^{1/2} - R = 0,01$<br>éprouvette CCT épaisseur 1,6 mm |                                    |                                    |       |       |
|---|------------------------------------|------------------------------------|-------|-------|
| Alliage   | da/dn initial                      | da/dn après surcharge              | $a_D$ | $N_D$ |
| 2024 T.351  | $2 \cdot 10^{-4} \text{ mm/cycle}$ | $2 \cdot 10^{-5} \text{ mm/cycle}$ | 5 mm  | 9000  |
| 7475 T.7651   | $2 \cdot 10^{-4} \text{ mm/cycle}$ | $5 \cdot 10^{-5} \text{ mm/cycle}$ | 3 mm  | 2000  |

Parmi les paramètres qui ont une influence sur le ralentissement des fissures, il faut citer : la nature de l'alliage, l'épaisseur des éprouvettes, les facteurs d'intensité de contrainte avant et après surcharge  $K_{max}$  et  $K_{min}$ , le taux de surcharge, le nombre de surcharges, .... La multiplicité de ces paramètres explique pourquoi, malgré les nombreuses tentatives entreprises afin de modéliser le ralentissement des fissures, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèle pleinement satisfaisant.

Il faut toutefois mentionner les travaux d'ELBER sur la fermeture des fissures et le  $\Delta K$  effectif, ceux de l'O.N.E.R.A. basés sur les seuils de non fissuration, et également, le modèle proposé par WHEELER reposant sur les tailles de zones plastiques avant et après surcharge.

En laboratoire, ces deux derniers modèles ont été testés, un exemple de résultat obtenu est représenté à la figure 3.

\* Spectres complexes :

Une autre approche possible consiste à reproduire en laboratoire les sollicitations réelles relevées en service ou sur la cellule d'essais. Cette approche qui permet de connaître l'avancée exacte des fissures pour une sollicitation complexe, nécessite un travail de laboratoire très important étant donné la multiplicité des spectres possibles sur une structure avion.

Sur la figure 4 nous montrons comment la loi de fissuration peut être modifiée en fonction de la complexité du spectre. Un spectre relativement simple (type B) peut être assimilé à une sollicitation sinusoïdale, un spectre plus complexe (type A) donne des vitesses de fissuration 5 à 10 fois plus élevées.

1.b - Calcul et exploitation du facteur d'intensité de contrainte et de la vitesse de propagation pour le bureau d'études

\* Facteur d'intensité de contrainte

Pour les structures complexes, comportant éventuellement des criques multiples, le facteur d'intensité de contrainte est calculé par l'élément de Robinson dans le cadre d'une étude par éléments finis. Cette méthode, sûre et pratique, donne des résultats équivalents à ceux de l'énergie avec perturbation, mais la mise en oeuvre et le dépouillement en sont plus aisés (voir figure 5).

Cependant, pour des fissures planes (panneaux raidis de fuselage ou de voilure, ...) où le chemin de fissure est à priori déterminé, une méthode basée sur le principe de l'énergie et appelée méthode de la souplesse (Réf : 4) permet de réduire considérablement le temps (de l'ordre de 20 à 50) et ce même dans le cas d'une propagation simultanée dans la tôle et le raidisseur (voir figure 6).

Mais ces méthodes nécessitent toujours une schématisation éléments finis. Afin de réduire encore plus considérablement les temps de calcul, une méthode analytique basée sur le principe de superposition permet de déterminer  $K = f(a)$

le long du chemin de fissure pour un panneau raidi avec raidisseur intact ou rompu, et ce en quelques secondes ordinateur. Une telle approche permet alors une étude paramétrique faisant participer la mécanique de la rupture à la phase avant-projet (voir figure 7 et références : 5, 6, 7)

#### \* Vitesse de propagation

La loi de FORMAN  $\frac{da}{dn} = \frac{C \Delta K^n}{(1-R)K_C - \Delta K}$  est la plus utilisée car elle représente bien le phénomène de propagation brutale pour un niveau donné de sollicitation.

Cette loi est associée au modèle de retard de Wheeler pour la prise en compte des phénomènes de surcharge ou de spectres complexes (figure 8). Cette approche permet, connaissant a priori le chemin de fissure et le spectre de sollicitation, de déterminer la propagation.

Cependant, avec une telle méthode, la suite naturelle des pics conduit parfois à des propagations très erronées en particulier si les sollicitations principales sont noyées dans un nuage de sollicitations mineures. Afin d'y remédier, chaque spectre est traité par la méthode du rain flow (figure 9, référence 8) qui le décompose de façon unique en une suite de cycles sinusoidaux, mettant bien en évidence les charges principales.

Mais la notion d'ordre ayant disparu, la recombinaison du spectre à partir de la sollicitation peut être réalisée de 2 façons : (figure 10)

- soit par traitement par algorithme de reconnaissance de forme permettant un classement des cycles
- soit par combinaison aléatoire du spectre et dépouillement statistique d'un certain nombre de specimens afin de déterminer la dispersion de la propagation.

## 2 - COURBE R

### 2.a - Aspect laboratoire

En laboratoire, les courbes R sont déterminées d'après la méthode de la double compliance sur éprouvette CLWL (voir figure 11) en respectant les recommandations du projet de norme ASTM L'appareillage utilisé, entièrement automatique est représenté sur cette figure. Le flambage des éprouvettes est évité grâce à deux séries de bielles d'acier maintenues par deux plaques rigides. Les incréments de déplacement sont réalisés automatiquement après 2 à 3 mn de stabilité des capteurs. Ce dispositif permet de tester les matériaux pour des épaisseurs supérieures ou égales à 1 mm.

A titre d'exemple, nous montrons sur la figure 11 le type de courbe obtenue sur l'alliage 2024 T351. L'influence de l'épaisseur des éprouvettes est mise en évidence.

### 2.b - Aspect Bureau d'Etudes

La courbe R devient maintenant le résultat d'essai le plus demandé du Bureau d'Etudes. En effet cette donnée est très riche puisque étant pratiquement une donnée intrinsèque du matériau elle contient à la fois la notion de  $K_C$  facteur d'intensité de contrainte critique et permet d'accéder rapidement à la résistance résiduelle des structures.

Au point de vue calcul, la courbe R est utilisée : (voir figure 12)

- soit pour déterminer le niveau de contrainte critique pour une longueur de fissure donnée
- soit pour déterminer la longueur de fissure critique pour une contrainte donnée

A noter que sur tracé logarithmique, cette recherche se fait par simple translation dans les deux sens de la courbe R. Enfin cette courbe est utilisée intensément dans les problèmes de panneaux raidis afin de déterminer les débuts et fins de propagation brutale.

## 3 - ASPECTS STATISTIQUES ET PROBABILISTIQUES

### 3.a - Laboratoire : dispersion des vitesses de propagation

En vitesse de propagation, la dispersion des résultats est reconnue comme un fait physique lié aux caractéristiques intrinsèques du matériau et par conséquent irréductible.

La connaissance de cette dispersion autour d'une valeur moyenne est donc indispensable pour réaliser une approche statistique liée à la notion de sureté.

En laboratoire toutes les données essentielles correspondant à chaque essai sont dûment répertoriées. Parmi ces données, celles ayant une influence connue sur les vitesses de propagation ne sont pas prises en compte pour l'étude de la dispersion; ce sont par exemple : le facteur R, le sens de prélèvement, l'épaisseur au-delà d'une épaisseur critique .... Par contre, la multitude de facteurs dont l'influence séparée de chacun d'eux n'a pu être clairement établie est en réalité l'origine de la dispersion statistique.

Les résultats du laboratoire montrent que les vitesses de propagation suivent une loi log-normale dont l'écart type est une fonction linéaire de la moyenne. Dans un cas particulier (2618 AT6 - sens TL - R = 0,1 - épaisseur 1,6 à 5) les résultats obtenus depuis plus de 10 ans et illustrant cette dispersion sont reportés sur la figure 13.

### 3.b - Bureau d'Etudes

A partir des résultats d'essais analysés statistiquement, une vitesse de propagation intégrant les valeurs moyennes, leurs écarts -types, et la notion de risque souhaité, est constituée.

Cette approche statistique peut d'ailleurs être menée conjointement à la méthode du rain-flow associée à une recombinaison aléatoire du spectre. Ainsi, aux différents résultats de propagation obtenus peut-on associer une notion de probabilité (ou de sécurité) intégrant dans le formalisme une part de la dispersion des phénomènes physiques.

Un gros effort est simultanément mené sur l'utilisation statistique et probabilistique d'un certain nombre de grandeurs de vol (mission, fréquence et vitesse de rafales, facteurs de charges rencontrés, ....) dans le but de reconstituer des spectres de vol pour des avions "personnalisés".

Ces calculs intégrant des données avion (masse, fuel, ....) des données mission (temps, altitude, atmosphère, ...), des données matériaux et contraintes (essais, calculs éléments finis, ....) permettront de caractériser, sur un certain nombre de pièces, l'avancement respectif des fissures, et ainsi de pouvoir signaler aux compagnies, avant même leur reconnaissance sur avion, certains endommagements "prévus par calcul".

### Bibliographie

- 1 ELBER : The significance of fatigue crack closure  
A.S.T.M. S.T.P.486 1971 p. 230, 242
- 2 Modèle de l'O.N.E.R.A. - PELLAS J.  
BAUDIN G.  
ROBERT M.  
  
Prévision de la progression des fissures de fatigue sous chargement réel, dans les structures minces. Fourth Inter.Conf. of fract. - Waterloo - Canada (June 77)
- 3 WHEELER : Crack growth under spectrum loading  
General Dynamics Report FZM 5602, 30 (1970)
- 4 Méthode de la souplesse : Document  
O.N.E.R.A. RT/5121 RY 012 R
- 5 Damage tolerance analysis of redundant structures  
To Swift - Douglas Aircraft Company  
Agard series n° 97
- 6 Fail-safe characteristics of built-up sheet structures  
Paper presented to 9th Congress of ICAS Haifa - Israël (1974) VLIEGER H.
- 7 Numerical analysis of crack propagation in a cyclic-loaded structure  
FORMAN, KEARNEY et ENGLE  
ASME Trans. J. Basic. Eng. 89 D (1967)
- 8 Damage evaluation of metals for random and varying loading  
ENDO, MITSUNAGA et al.  
Proc. of 1974 symp. on Mech. Behaviour of materials, vol.1
- 9 Integrated theory of finite element methods  
J. ROBINSON

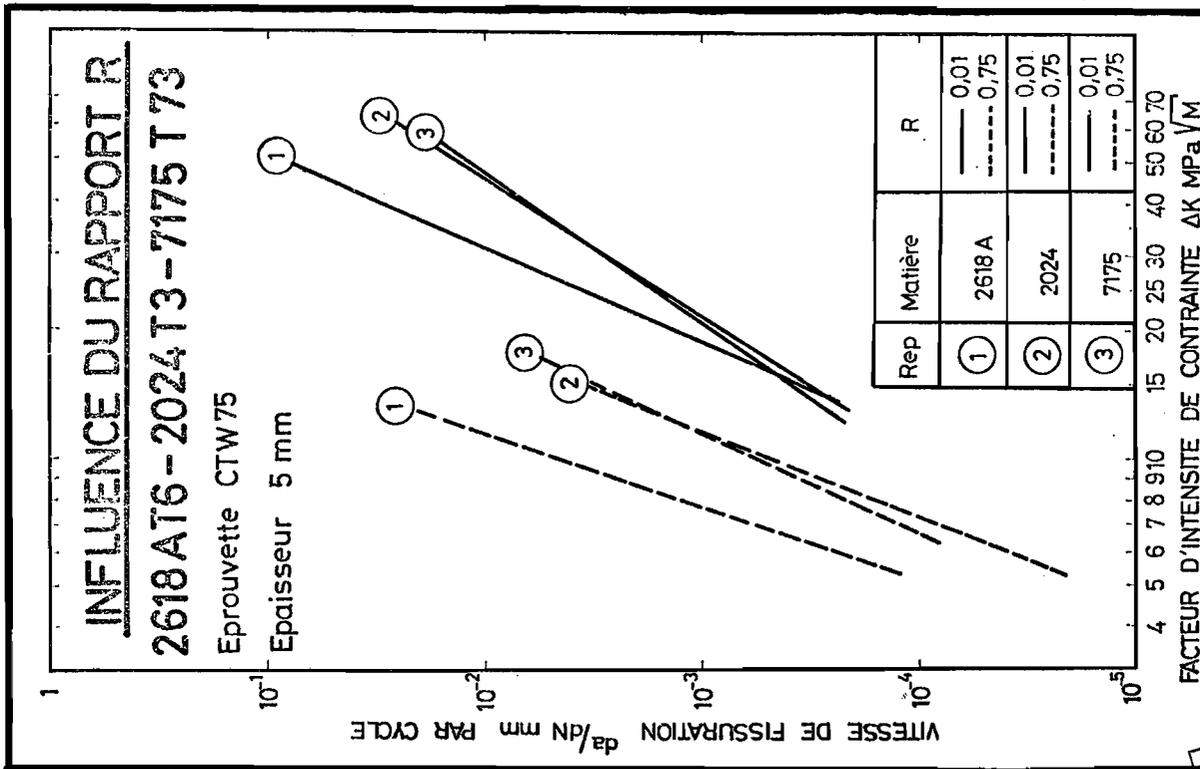


Figure 1

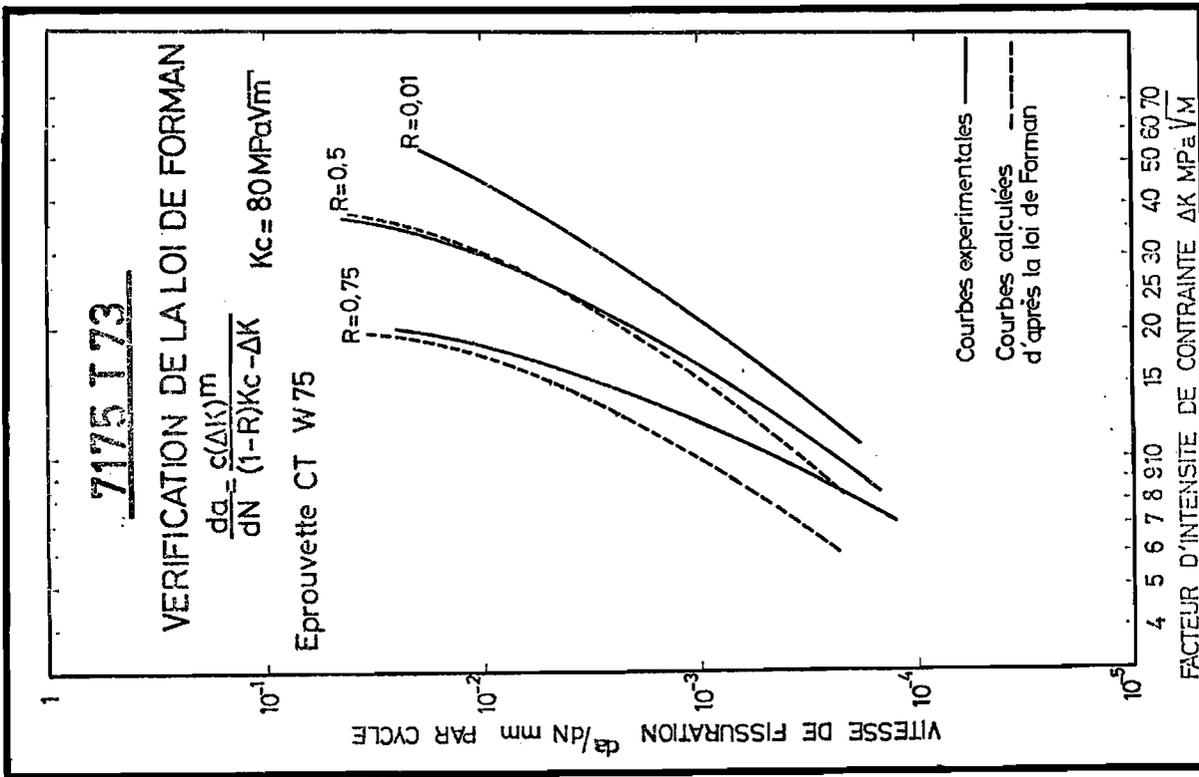


Figure 2

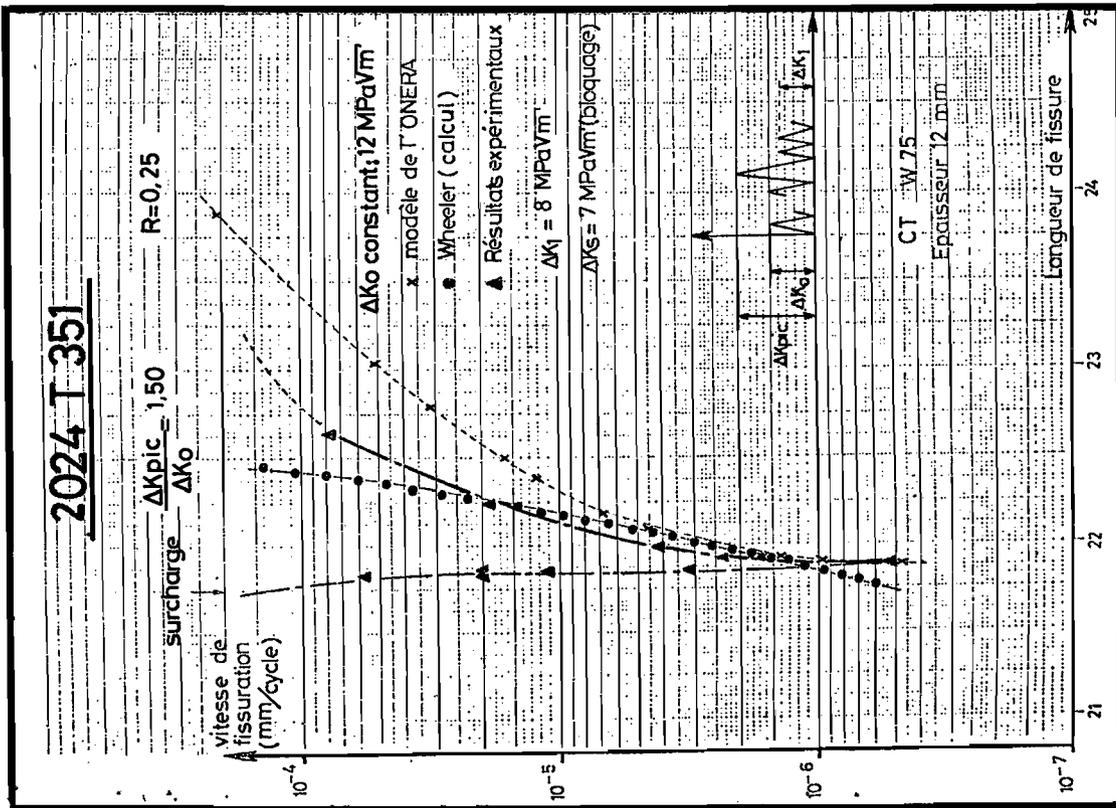


Figure 3

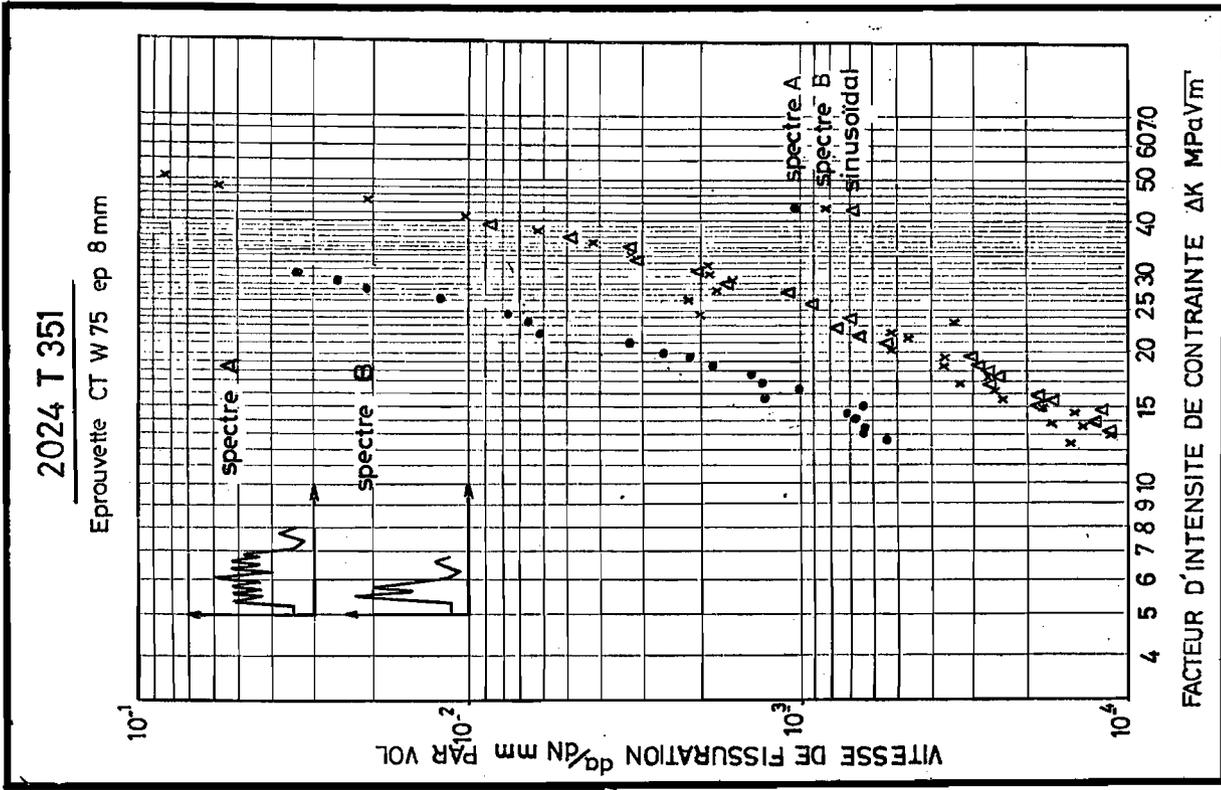
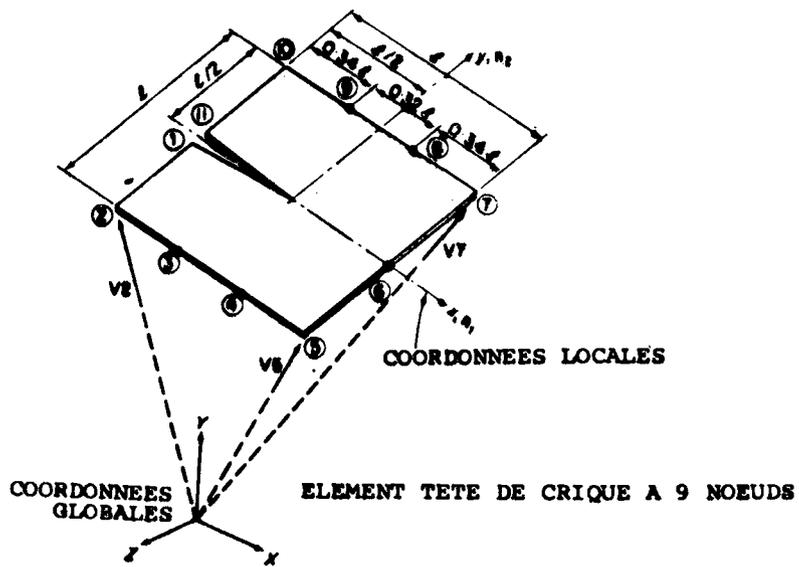
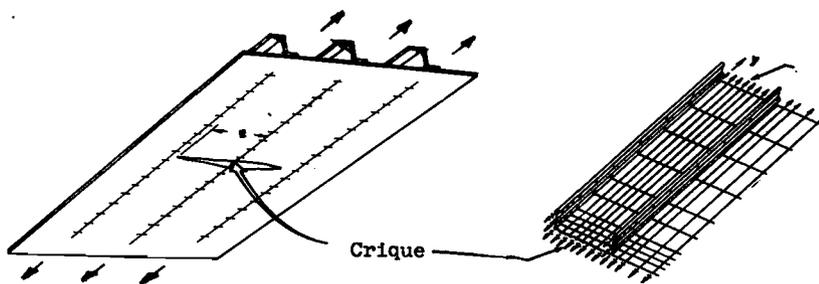


Figure 4



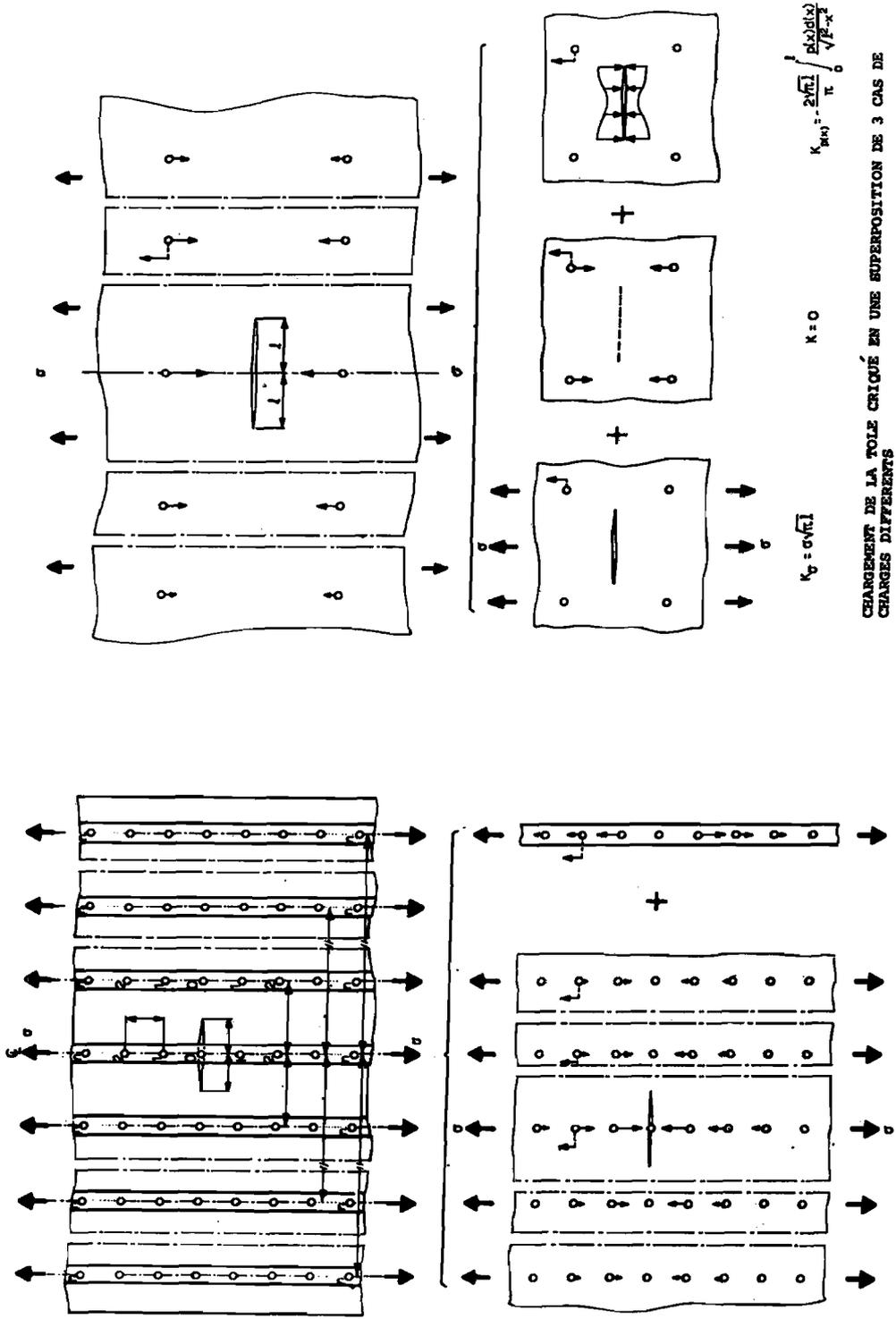
Un des éléments "Robinson" tête de crique

figure 5



Application de la méthode de la souplesse pour une crique de panneau raidi

figure 6



CHARGEMENT DE LA TOILE CRIQUÉ EN UNE SUPERPOSITION DE 3 CAS DE CHARGES DIFFÉRENTS

PANNEAU RAIDI CRIQUÉ DECOMPOSE EN PARTIES DISTINCTES .  
LE PANNEAU CONTIENT M RAIDISSEURS DE CHAQUE CÔTÉ DU RAIDISSEUR CENTRAL . CHAQUE RAIDISSEUR EST ASSEMBLÉ A LA TOILE PAR DES RIVETS

figure 7

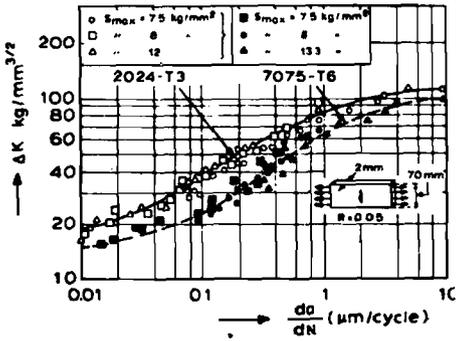
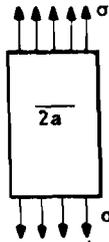
ETUDE DE LA PROPAGATION SOUS SPECTRE COMPLEXE

VITESSE DE PROPAGATION  
PAR LA LOI DE PARIS

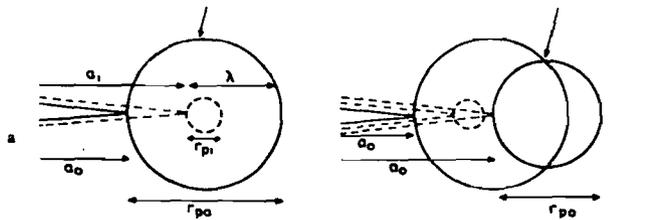
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

VITESSE DE PROPAGATION  
PAR LA LOI DE FORMAN

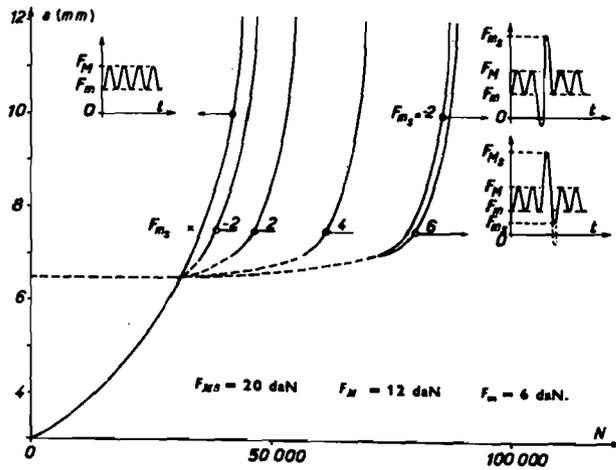
$$\frac{da}{dN} = \frac{C\Delta K^m}{(1-R)K_{Ic} - \Delta K} = \frac{C\Delta K^m}{(1-R)(K_{Ic} - K_{max})}$$



RESULTATS D'ESSAIS



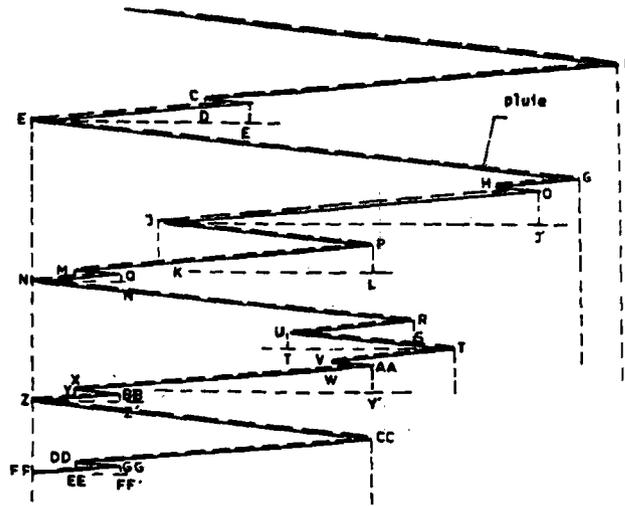
MODELE DE RETARD DE WHEELER



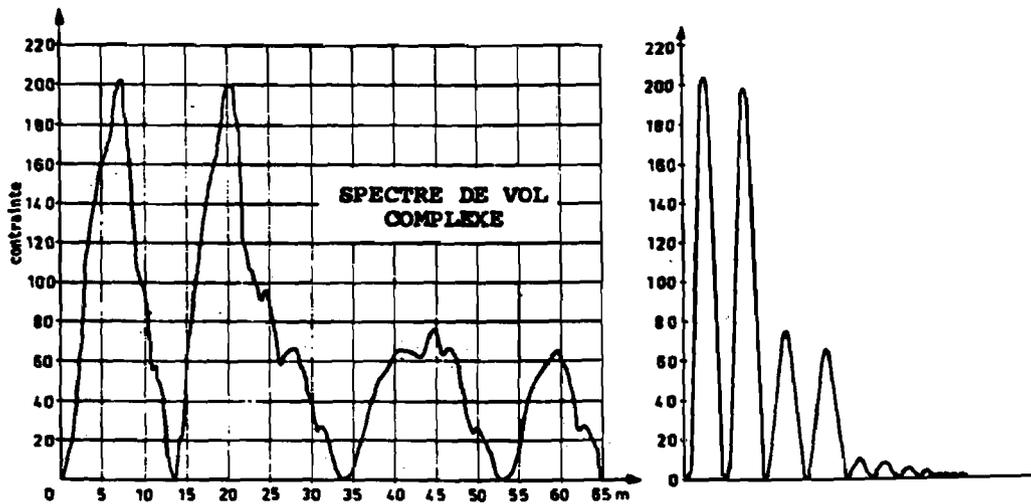
PREDICTION PAR CALCUL  
DE LA PROPAGATION SOUS  
SPECTRE COMPLEXE OU  
SOUS SPECTRE MONOTONE  
AVEC SURCHARGE

figure 8

**LA METHODE DU RAIN-FLOW**



**LA DECOMPOSITION MATHEMATIQUE PAR LA METHODE DU RAIN-FLOW PERMET DE DECOMPOSER DE FACON UNIQUE UN SPECTRE COMPLEXE EN UNE SUITE DE SINUSOIDES**



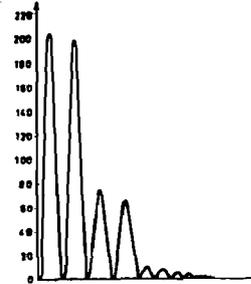
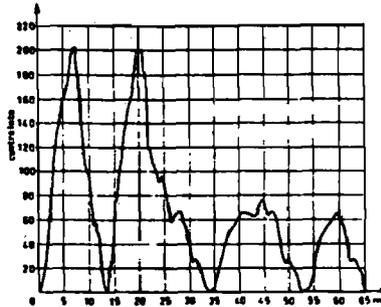
**EXEMPLE D'APPLICATION POUR UN SPECTRE COMPLEXE**

**DECOMPOSITION OBTENUE PAR LA METHODE DU RAIN-FLOW SEULES SONT REPRESENTES LES AMPLITUDES POUR UNE PROPAGATION AVEC LA LOI DE PARIS PAR EXEMPLE**

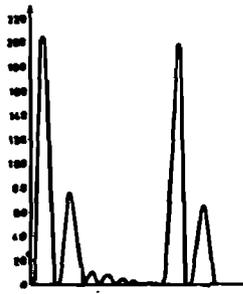
figure 9

ETUDE DE LA PROPAGATION SOUS SPECTRE COMPLEXE

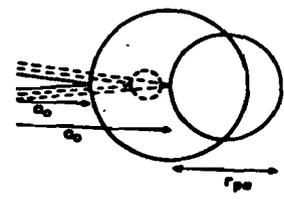
SPECTRE DE VOL COMPLEXE



DECOMPOSITION DU SPECTRE COMPLEXE PAR LA METHODE DU RAIN-FLOW



ARRANGEMENT ALEATOIRE DES SINUSOIDES DANS LE SPECTRE



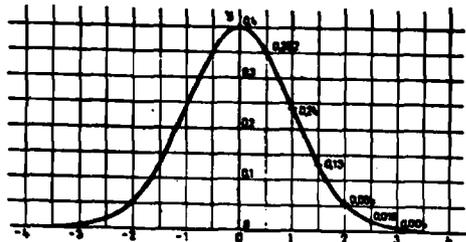
PROPAGATION D'UN CERTAIN NOMBRE DE CES ARRANGEMENTS

LOI DE FORMAN

$$\frac{da}{dN} = \frac{CAK^n}{(1-R)K_{1c} - AK} = \frac{CAK^n}{(1-R)(K_{1c} - K_{min})}$$

MODELE DE RETARD DE WHEELER

ANALYSES STATISTIQUES DES PROPAGATIONS ET DES DUREES DE VIE OBTENUES



$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Densité de probabilité de la loi normale réduite (Courbe en cloche)  $y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

figure 10

# MESURE DE LA TENACITE AU MOYEN DES COURBES R

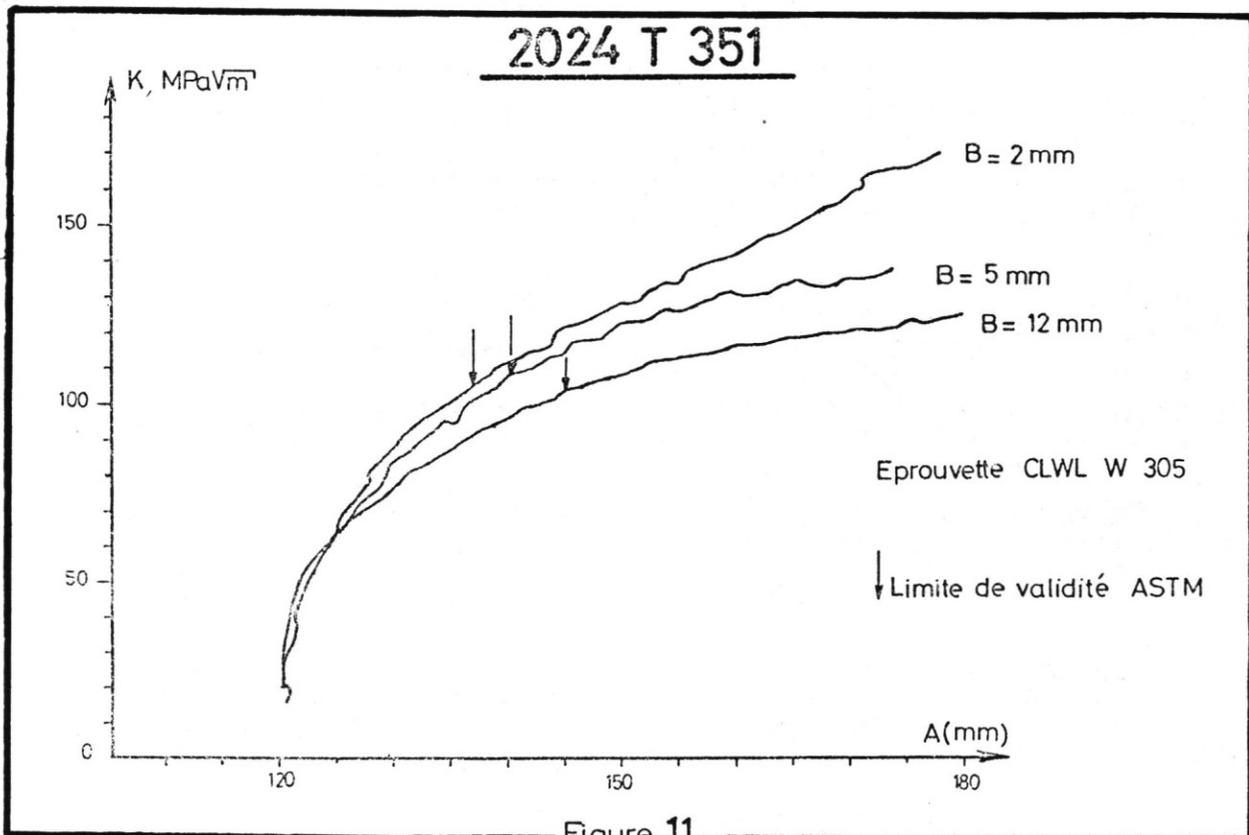
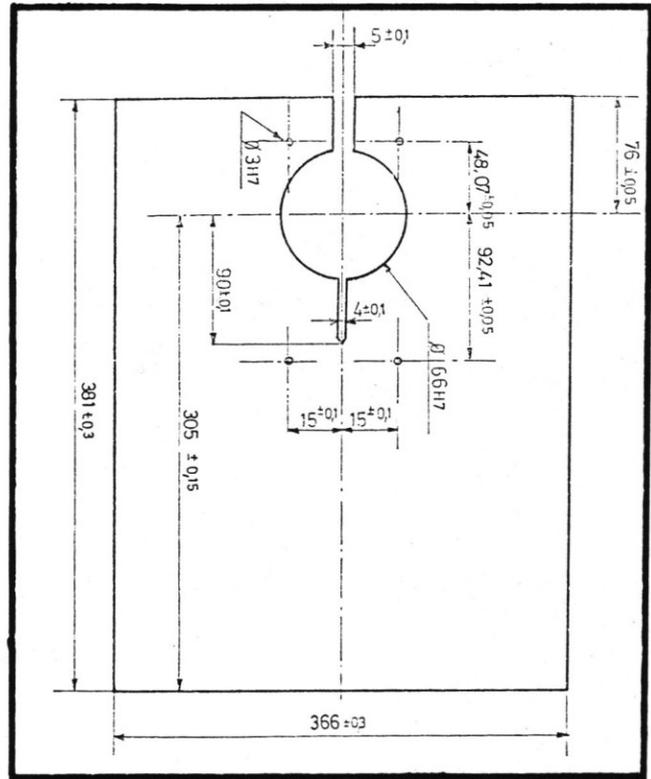
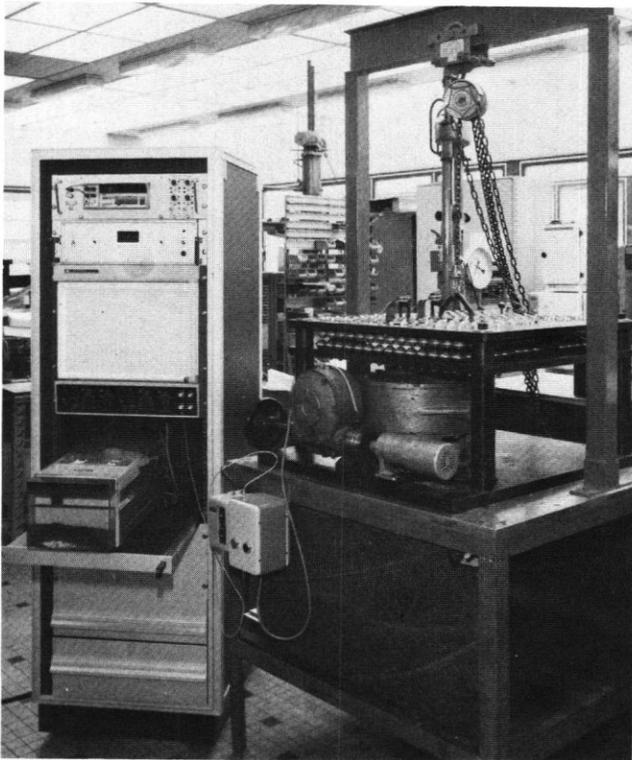
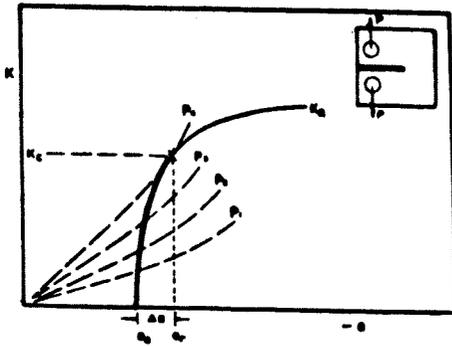
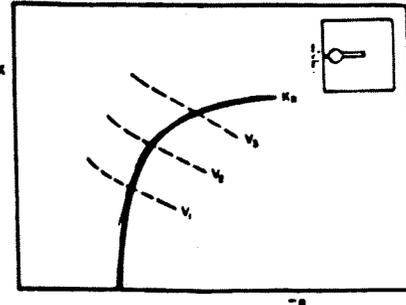


Figure 11

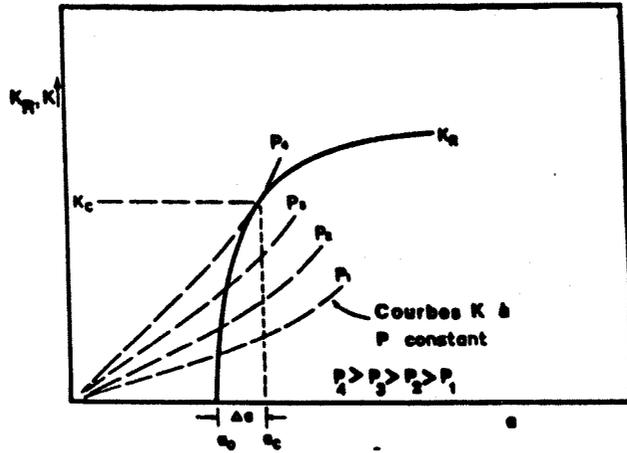
COURBE R



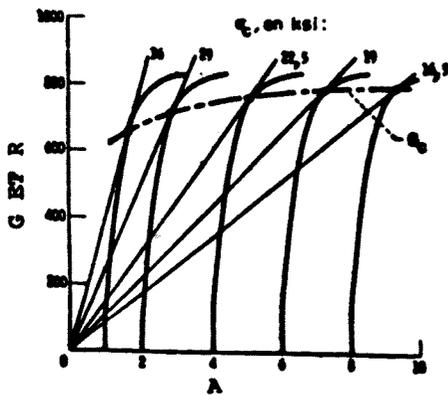
COURBE R OBTENUE PAR  
CONTROLE DE LA CHARGE  
APPLIQUEE A L'EPROUVETTE



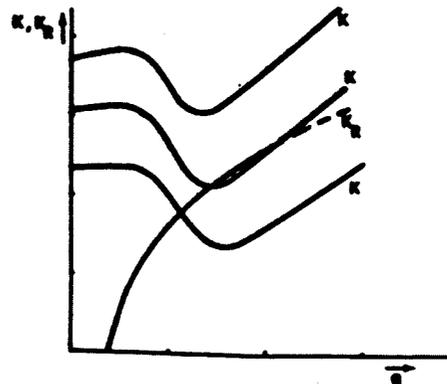
COURBE OBTENUE PAR  
CONTROLE DE L'ECARTEMENT  
DES BRAS DE L'EPROUVETTE



CONCEPT DES COURBES R REPRESENTEES  
EN TERMES D'INTENSITE DE CONTRAINTES



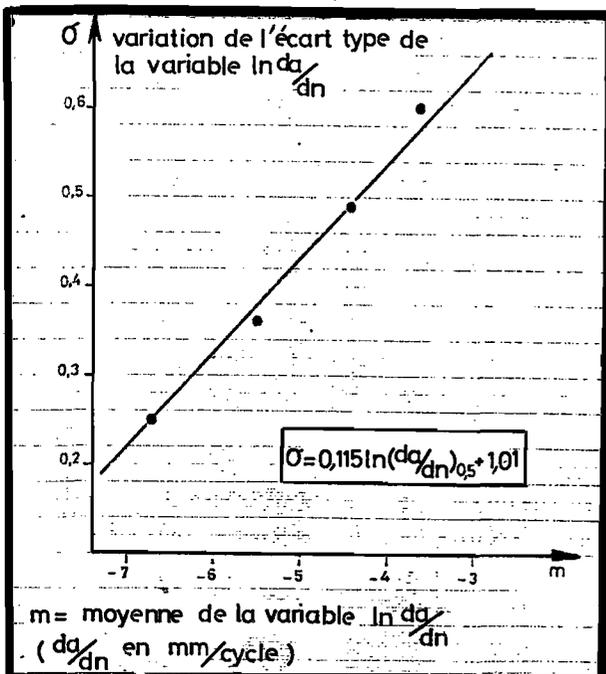
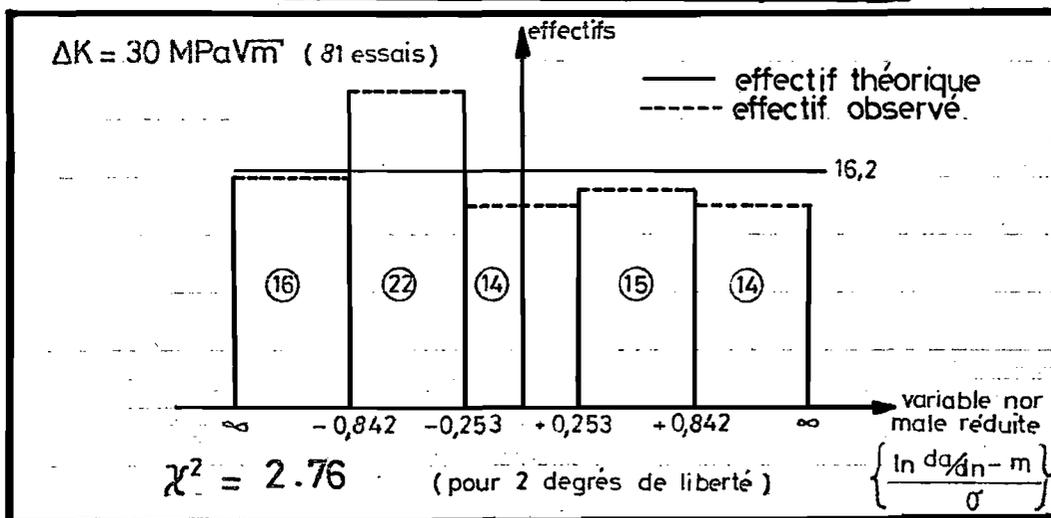
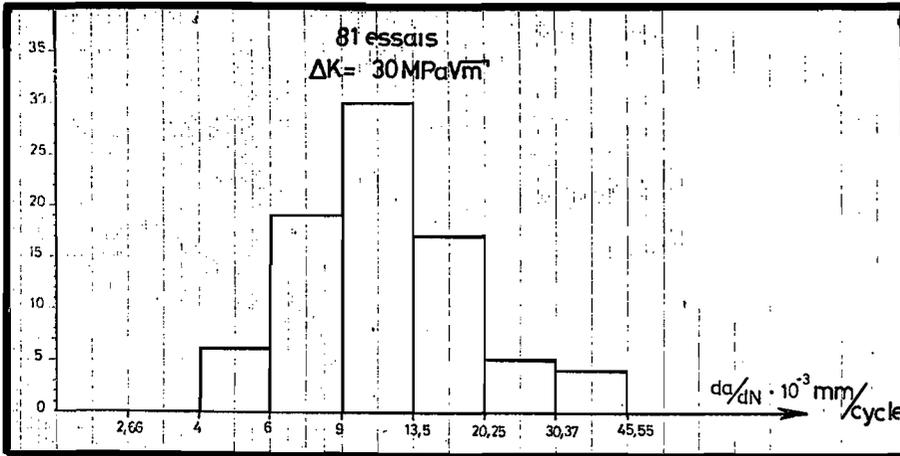
INFLUENCE DE LA LONGUEUR  
INITIALE DE LA FISSURE  
SUR LES VALEURS CRITIQUES



UTILISATION DE LA COURBE R  
DANS LES PROBLEMES DE PANNEAUX  
RAIDIS

figure 12

# DISPERSION STATISTIQUE DES VITESSES DE PROPAGATION DES FISSURES



2618 A T6  
 Epaisseur 1,6 à 5 (mm)  
 R=0,1 sens TL

Figure 13