

10 NOV. 1970



ICAS Paper No. 70-36

**METHODES NOUVELLES POUR CARACTERISER LES STRUCTURES
LORS DE L'ESSAI DE VIBRATION AU SOL**

by

Christian Beatrix

Chef de Division de Recherches

O. N. E. R. A.

(Office National d'Etudes et de Recherches Aeronautiques)

Chatillon-sous-Bagneux, France

**The Seventh Congress
of the
International Council of the
Aeronautical Sciences**

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE, ROMA, ITALY / SEPTEMBER 14-18, 1970

Price: 400 Lire

METHODES NOUVELLES POUR CARACTERISER LES STRUCTURES LORS DE L'ESSAI DE VIBRATION AU SOL

C. Beatrix
 Chef de Division de Recherches
 Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales
 92 - Châtillon - France

Résumé

Les progrès considérables accomplis depuis quelques années dans les moyens d'acquisition et de traitement des informations ont conduit à rénover les procédés de détermination expérimentale du schéma modal des structures.

Cette communication a pour objet d'exposer les méthodes nouvelles utilisées dans la détection des fréquences de résonance, l'isolation de chaque mode - par l'appropriation automatique des forces d'excitation - et dans le traitement individuel du mode, notamment pour la mesure des valeurs généralisées à partir de la puissance complexe fournie à la structure. En conclusion, il est montré que cette rénovation dans la réalisation de l'essai de vibration au sol permet d'en accroître de façon sensible la fiabilité.

NEW METHODS TO CHARACTERIZE STRUCTURES DURING GROUND RESONANCE TESTS

Summary

The improvements obtained for the last years in the instrumentation used for data acquisition and processing have lead to a modernisation of the procedures used for the experimental determination of the modal characteristics of structures.

The methods described in this paper concern :

- the determination of resonance frequencies
- the isolation of the normal modes, which is achieved by automatic appropriation of the excitation forces
- the treatment of the individual modes, and, particularly, the determination of the generalised coefficients from the complex power fed into the structure.

In conclusion it appears that the modernisation of the ground vibration tests brings a very perceptible increase of its accuracy.

I. Introduction

Au cours des dernières années, les progrès considérables des moyens d'acquisition et de traitement des informations ont donné la possibilité à l'expérimentateur d'accroître de façon sensible le nombre des informations tout en réduisant le temps consacré à l'expérience proprement dite et à son exploitation. Cela a conduit à une réorganisation du processus expérimental et à la mise en oeuvre de méthodes dont les principes étaient connus mais inexploités faute de moyens appropriés.

Le procédé de détermination du schéma modal des structures aéronautiques par l'essai global de vibration harmonique à toujours été préféré à l'O.N.S.R.A. aux procédés purement théoriques ou mixtes. Cette communication, après un rappel succinct des bases théoriques et des servitudes d'un tel essai, a pour objet l'examen des méthodes nouvelles issues des récents progrès technologiques, et aux conclusions, que l'on peut en tirer quant à la fiabilité de ce processus d'analyse des structures.

II. L'essai de vibration des structures

II.1. Bases théoriques

Le comportement vibratoire d'une structure linéaire, faiblement amortie soumise à une excitation harmonique est régi par l'équation matricielle

$$\mu \ddot{Q} + B \dot{Q} + \gamma Q = \bar{D} \mathcal{F} \quad (1)$$

dans laquelle

- μ, B, γ matrices des masses, viscosités, raideurs généralisées
- $Q = \text{Re}(-jq e^{j\omega t})$ colonne des coordonnées généralisées
- $q = q' + jq''$ colonne des affixes des coordonnées généralisées
- D matrice des déplacements des points d'excitation
- D_k^i déplacement du point i dans le mode k
- $\mathcal{F} = \text{Re}(F e^{j\omega t})$ colonne des forces d'excitation
- $f = f' + jf''$ colonne des affixes des forces d'excitation
- ω fréquence d'excitation

Lorsque les modes propres de la structure conservative associée à la structure réelle - structure dépourvue d'amortissement interne - constituent la base de représentation, les matrices μ et γ sont diagonales. Les valeurs à déterminer par l'essai harmonique pour la prévision du comportement vibratoire de la

structure sous n'importe quel type d'excitation sont

Ω_k fréquence propre du mode k

Ω matrice diagonale des fréquences propres

$\Phi_k(P)$ forme propre du mode k (P point de la structure).

$$\mu_k^{(k)} = \int_{(k)} |\Phi_k(P)|^2 dm \quad \text{masse généralisée du mode k}$$

$$\gamma_k^{(k)} = \Omega_k^{(k)2} \mu_k^{(k)} \quad \text{raideur généralisée du mode k}$$

$$B_k^{(k)} \quad \text{Coefficient de viscosité généralisée du mode k}$$

La détermination expérimentale des valeurs ci-dessus implique que chaque mode puisse être traité isolément. Or en régime harmonique établi l'équation (1) donne

$$[B\omega + j\mu(\omega^2 - \Omega^2)]q = \bar{D}f \quad (2)$$

pour isoler un mode k à sa fréquence de résonance de phase Ω_k , il faut avoir : $q = I_k$

ce qui entraîne

$$f'' = 0$$

$$f' = f \quad (3)$$

$$\bar{D}f = B_k \Omega_k^k \quad (4)$$

Il est donc nécessaire et suffisant que toutes les forces d'excitation soient en phase à π près (3) et que les forces généralisées soient proportionnelles à la colonne des amortissements généralisés de même rang que celui du mode considéré (4). Dans ces conditions la vitesse de la réponse de tout point de la structure est en phase ou en opposition avec les forces d'excitation.

II.2. L'essai de vibration des structures mécaniques

Les structures mécaniques réelles soumises à cet essai sont des systèmes continus constitués par des éléments massiques assemblés par liaisons élastiques dissipatives. Le nombre de ces éléments n'est pas infiniment grand au sens mathématique, car le fractionnement se limite au niveau des atomes où les lois de Newton ne sont plus valables, mais il peut être considéré comme tel sur le plan pratique. L'isolation rigoureuse de chaque mode, opération clé de cet essai, exigerait donc une infinité de forces d'excitation. Bien que l'on ne s'intéresse, en général, qu'à un nombre limité de modes, ce qui limite le "nombre de degrés de liberté" du système, l'expérimentateur ne peut disposer que d'un nombre réduit d'excitateurs, inférieur en tous cas au nombre de degrés de liberté du système. En conséquence l'appropriation des forces d'excitation pour l'isolation du mode ne peut être qu'une opération d'optimisation dépendant des trois variables que sont la fréquence de résonance de phase, la répartition et la disposition des forces d'excitation. En outre les structures mécaniques réelles présentent toujours des non linéarités plus ou moins accentuées : jeux de fabrication et frottements de Coulomb des assemblages fixes et mobiles qui contribuent à rendre encore plus

ardue l'appropriation des forces d'excitation et conduit à faire cette optimisation par approximations successives. Il en résulte que l'essai global de vibration harmonique comporte trois séquences principales : la détermination approximative des fréquences de résonance, l'appropriation optimale des forces d'excitation aux différents modes et le traitement individuel de chaque mode.

Au cours de ces opérations globales, l'expérimentateur doit obtenir le nombre maximal d'informations sur la réponse de la structure dans un délai minimal d'expérimentation et d'interprétation des résultats entre deux séquences consécutives. Le contrôle de la qualité de l'opération doit être sanctionné par des critères dont la validité est directement fonction du nombre d'informations analysées sur des structures aéronautiques qui ne peuvent être mises à la disposition des expérimentateurs que pour des durées extrêmement limitées. Cela implique une réalisation industrielle tout en conservant la qualité d'une expérience de laboratoire.

Les progrès accomplis depuis quelques années pour l'acquisition et la numérisation des informations ont donné la possibilité d'automatiser des procédés expérimentaux inexploitablement manuellement. La miniaturisation des moyens électroniques a permis, la création de laboratoires de faible encombrement susceptibles d'être aisément transportés sur les lieux d'essais.

En fonction de ces moyens nouveaux, la Direction des Structures de l'O.N.S.R.A. a constitué et mis en service un ensemble mobile moderne qui réalise le compromis de qualité et de rapidité qu'exige l'essai. Avant d'examiner quelques méthodes nouvelles que cet ensemble a permis de développer nous donnons ci-après une brève description des moyens mis en oeuvre.

III. Les moyens de l'ensemble mobile de l'O.N.S.R.A.

L'ensemble mobile d'expérimentation de l'O.N.S.R.A. comporte, groupés dans un même véhicule

- 1°) Les moyens de commande de l'excitation de visualisation et d'acquisition des informations.
- 2°) Les moyens de dépouillement et de traitement des informations

III.1. Les moyens de commande de l'excitation, de visualisation et d'acquisition des informations

III.1.1. Commande de l'excitation

Les moyens de commande de l'excitation comportent un générateur synthétiseur de fréquence, un doseur de réglage du niveau général de l'excitation, des doseurs de réglage individuel des forces pour 12 excitateurs.

La commande de la fréquence d'excitation peut être manuelle par affichage discret des fréquences ou automatique par affichage d'une fréquence centrale et glissement autour de cette fréquence. Le maintien à une fréquence de résonance est automatiquement assuré par asservissement du générateur à partir d'informations venant de la structure.

III.1.2. Visualisation et acquisition des informations

Les informations relatives à la réponse de la structure données par des capteurs à poste fixe au nombre de 140 sont sélectionnées successivement sur une matrice par groupe de 2 colonnes de 10.

Chaque sous groupe de 10 informations est analysé sur multimultiplicateur à 10 voies doubles, numérisé et mémorisé sur bande perforée. Ces bandes perforées, suivant le type d'opération, sont élaborées soit par affichage manuel de l'adresse des réponses sélectionnées sur le tableau matriciel, soit à partir d'une bande programme.

Les informations sous forme analogique sont dirigées sur un enregistreur graphique à 8 voies parallèles et sur un écran d'oscilloscope sous forme de courbes de Lissajous simultanément sur 20 voies.

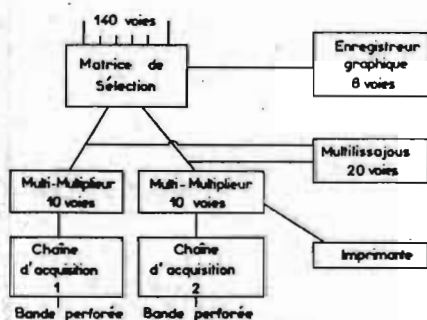


Fig.1 Schéma bloc de visualisation et d'acquisition.

III.2. Les moyens de dépouillement et traitement des informations.

Les moyens de dépouillement et traitement des informations comportent :

- 1°) Une unité de lecture et duplication des bandes assurant l'impression des informations sur un registre à 12 caractères.
- 2°) Une unité de commande et de sélection des informations permettant de choisir les informations lues sur la bande de les stocker et de les ranger dans une mémoire tampon d'une capacité de 4000 mots de 12 caractères.
- 3°) Une unité de tracé composée de deux tables traçantes traduisant graphiquement les informations lues ou stockées dans la mémoire.

III.3. Cette description sommaire des moyens montre que l'ensemble autorise un fonctionnement continu de l'expérimentation et un traitement parallèle continu des informations. Ces possibilités ont facilité le développement de méthodes et processus nouveaux dans les différentes séquences de l'essai tout en réduisant sa durée.

IV. La détermination approximative des fréquences de résonance

IV.1. Les configurations de forces d'excitation

Cette première séquence de l'essai concerne l'ensemble de la structure et la totalité des modes : c'est donc une opération de dégrossissage ayant pour objectif essentiel la détection de toutes les fréquences de résonance de phase et de leur situation dans la gamme que l'on s'est fixée. Dans ce but, la structure est soumise à des forces d'excitation harmoniques, homophasées (à π près) en des points arbitrairement choisis présumés de grande amplitude de déplacement en tenant compte toutefois des symétries géométriques. Une configuration d'excitation est donc définie par la répartition des forces en niveau et en signe. Par exemple pour un avion - 8 excitateurs sont répartis par couples aux extrémités de voilure et de plan fixe et agissent perpendiculairement au plan de ces surfaces (Fig. 2). Dans une première configuration tous les excitateurs agissent en phase, dans une deuxième configuration les excitateurs 1 à 4 sont en opposition avec les excitateurs 5 à 8, etc.

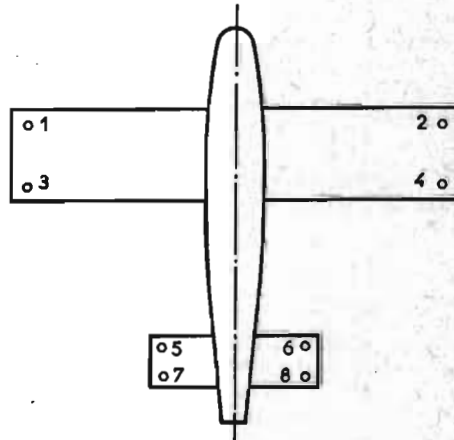


Fig.2 Configuration d'excitation

IV.2. Le balayage en fréquences

Pour chaque configuration de forces, on fait évoluer la fréquence d'excitation. Les réponses données par deux groupes de 10 capteurs de vitesse sont analysées parallèlement par deux groupes de 10 multiplicateurs à double voie et les informations mises en mémoire sur bande perforées. L'analyse qui consiste à multiplier la réponse par les références en phase et quadrature donne les composantes réelle R ; et imaginaire I ; du vecteur réponse dans le plan complexe et aboutit au tracé des courbes de résonance R et I en fonction de la fréquence.

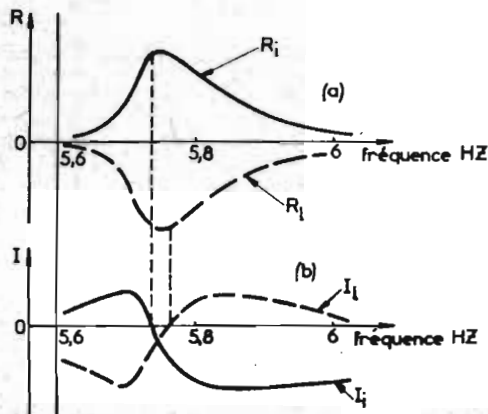


Fig. 3 Courbes de résonance R(a) et I(b) en deux points i et l

Les courbes I (Fig. 3b) donnent des valeurs approchées de la fréquence de résonance de phase, car comme l'excitation n'est pas appropriée leur intersection avec l'axe ne s'effectue pas à la même fréquence.

IV.3. L'acquisition et le tracé des courbes de résonance sont des opérations entièrement automatiques, les seules interventions manuelles étant dans chaque configuration, l'affichage des fréquences d'excitation et le transport des bandes de l'unité d'acquisition à l'unité de tracé.

Ce processus du double balayage, en configuration et fréquence de forces d'excitation a toujours été utilisé par l'O.N.E.R.A. (1) Il ne s'agit donc pas d'une méthode nouvelle. Mais les progrès des moyens ont permis de réduire le temps passé à l'opération tout en augmentant de façon sensible le nombre des informations et par suite la fiabilité. Car bien que cette opération ne constitue qu'un dégrossissage, toutes les résonances doivent être détectées sans exception, l'expérience ayant montré qu'un mode omis au cours de cette séquence l'est à titre définitif.

Lors d'un essai récent, les courbes de résonance de 20 capteurs, dans une gamme de 3 à 100 Hz, pour 6 configurations d'excitation - ce qui correspond au traitement de 25.000 informations ont été obtenues à l'issue de la première journée d'essai : antérieurement 4 jours auraient été nécessaires.

V. L'appropriation optimale des forces d'excitation.

V.1. Définition de l'opération

La première séquence a permis d'obtenir des valeurs approchées des fréquences de résonance de phase Ω_k liées à des configurations de forces d'excitation. La deuxième séquence a pour but de déterminer, pour chaque fréquence de résonance de phase, la répartition des forces d'excitation telle que la réponse soit équiphasée avec l'excitation en un nombre maximal de points de la structure, condition qui assure l'isolation optimale du mode k.

Cette opération s'effectue donc de façon itérative à partir d'une fréquence de résonance Ω_k approximative, par balayages en répartitions de forces d'excitation et rétablissement de la résonance pour chaque répartition.

Afin de pouvoir effectuer un choix, entre les différentes solutions de répartition de forces et des fréquences de résonance qui leur sont liées, il est nécessaire de définir un critère global quantifiant le degré d'isolation du mode ; en outre pour que ces solutions soient comparables, il faut qu'elles soient obtenues à des niveaux d'excitation sensiblement équivalents pour limiter l'effet des non linéariés.

En raison de ces servitudes, l'appropriation optimale des forces d'excitation est restée pendant longtemps une opération complètement manuelle, dont le succès et la rapidité d'exécution étaient fonction de l'expérience et l'habileté de l'opérateur. Par ailleurs, les différentes méthodes expérimentales systématiques et d'asservissement, ou semi-théoriques étudiées depuis 1950 et rappelées dans (2), n'ont pas été appliquées "industriellement" soit par suite de leur manque d'universalité, soit en raison de l'importance des moyens à mettre en oeuvre.

La mise en service des nouveaux moyens d'acquisition, l'étude et l'analyse en laboratoire des différentes phases de cette opération (2), le développement de la méthode de la puissance complexe (3) ont permis de minimiser l'empirisme et d'accroître la rapidité et la précision de cette séquence.

V.2. L'appropriation semi-automatique des forces d'excitation.

V.2.1. Définition du critère global quantitatif

Les composantes R_i et I_i du vecteur réponse de vitesse en un point i de la structure dans le plan complexe sont :

$$\begin{aligned} R_i &= A_i \cos \varphi_i \\ I_i &= A_i \sin \varphi_i \end{aligned} \quad (5)$$

A_i et φ_i étant respectivement l'amplitude et l'angle de phase de la réponse.

Lorsque le mode k est parfaitement isolé des autres modes on doit avoir

$$\sum_{i=1}^n |\varphi_i| = 0 \quad (6)$$

Pour que le critère (6) reflète fidèlement la participation des modes parasites dans la réponse d'un mode k (Réf. 2), il y aurait lieu d'une part de retrancher π à certaines phases et d'autre part d'y introduire une pondération ; car les grands déphasages en des points de faible amplitude sont peu précis et sans importance dans l'exploitation ultérieure des résultats d'essai. C'est pourquoi le critère retenu pour quantifier le degré d'isolation du mode est le déphasage moyen défini par le rapport suivant :

$$t_g \Phi_{\text{moyen}} = \frac{\sum_{i=1}^n |I_i|}{\sum_{i=1}^n |R_i|} \quad (7)$$

Le critère (7) est équivalent au critère (6), l'un et l'autre tendent vers 0 lorsque l'isolation du mode est parfaite, mais il présente le double avantage d'être automatiquement pondéré par l'amplitude et facile à réaliser techniquement.

Le calcul numérique des numérateur et dénominateur est effectué en cours d'essai selon le principe suivant : aux sorties des différents multiplieurs les tensions continues résultant de l'analyse des signaux des différents capteurs sont prélevées, redressées et dirigées pour sommation sur un intégrateur double rampe donnant une conversion temps-tension. Cette opération peut être effectuée sur 5, 10, 15, 20 réponses.

L'opérateur obtient immédiatement, à l'issue de chaque modification de répartition de forces, une information sur la validité de la modification qu'il vient d'effectuer.

V.2.2. Définition du niveau d'excitation

La méthode de la puissance complexe (3), primitivement développée en vue de la détermination des caractéristiques modales permet de définir un niveau global d'excitation commun aux différentes répartitions de forces expérimentées.

En effet à la fréquence de résonance de phase Ω_k^k , l'énergie apportée par l'excitation à la structure équilibre l'énergie dissipative et hors de la résonance les énergies dissipative, cinétique et potentielle.

En désignant par

$$W(\omega) = W'(\omega) + j W''(\omega) \quad (8)$$

l'expression de la puissance complexe fournie à la structure les courbes $W'(\omega)$ et $W''(\omega)$ prennent respectivement les valeurs extrême et nulle à la fréquence de résonance de phase Ω_k^k .

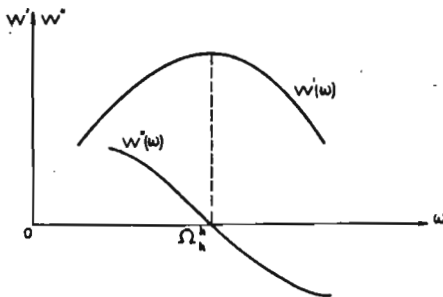


Fig.4. Courbes de puissance complexe

Le calcul numérique de $W'(\Omega_k^k)$ et $W''(\Omega_k^k)$ est effectué à l'issue de chaque modification de répartition des forces d'excitation (sommes des produits des forces respectivement par les composantes en phase et quadrature de la réponse aux points d'excitation).

$W'(\Omega_k^k)$ définit un niveau global d'excitation dont l'invariance peut être assurée dans les différentes répartitions de forces soit manuellement soit automatiquement par action sur la commande de réglage de niveau général des forces.

V.2.3. Réalisation semi-automatique de l'appropriation.

L'appropriation des forces d'excitation est réalisée de façon automatique suivant le processus suivant :

1°) Une répartition initiale C_0 a permis de déterminer une fréquence de résonance de phase approchée $(\Omega_k^k)_0$, le calcul numérique du critère (7) $(\text{tg } \Phi_{\text{moyen}})_0$ et des valeurs $W'(\Omega_k^k)_0$, $W''(\Omega_k^k)_0$

2°) L'opérateur agit manuellement sur les niveaux et signes d'une force ou d'un groupe de forces, pour obtenir une répartition C_1 différente de C_0 .

La nouvelle fréquence de résonance de phase $(\Omega_k^k)_1$ qui lui est liée est obtenue automatiquement par asservissement du générateur sur le 0 de la fonction $W''(\omega)$. L'invariance du niveau global d'excitation est automatiquement assurée par asservissement de la commande du niveau général des forces sur le 0 de la fonction $W'(\omega) - [W'(\Omega_k^k)]_0$

À l'issue de cette opération on obtient une nouvelle valeur du critère (7)

3°) L'opération 2°) est répétée avec différentes répartitions C_p , la répartition optimale correspond à la valeur minimale du critère $\text{tg } \Phi_{\text{moyen}}$

Cette méthode nouvelle d'appropriation semi-automatique, en limitant les opérations manuelles à la modification du seul paramètre de répartition de l'excitation, permet un choix plus judicieux des forces ; l'opérateur dispose d'ailleurs, pour ce choix, d'un moyen permanent analogique par la visualisation simultanée des courbes de Lissajou de vingt capteurs. Par ailleurs la méthode évite les difficultés inhérentes aux processus complètement automatiques à boucles multiples d'asservissement. Il en résulte que son application "industrielle" s'est effectuée avec des moyens annexes relativement simples. Les calculs numériques des critères d'isolation et de niveau exécutés en cours d'essai permettent d'accroître de façon sensible le rythme de réalisation de la séquence.

VI. Le traitement individuel des modes

VI.1. Définition de l'opération

L'excitation étant effectuée à la fréquence de résonance de phase Ω_k^k obtenue lors de l'appropriation optimale, le traitement individuel du mode comporte :

1°) La détermination de la forme propre de vibration $\Phi_k^k(P)$ en tout point P de la structure.

2°) La mesure des caractéristiques modales suivantes :

$$\mu_k^k = \int_k |\Phi_k(P)|^2 dm$$

$$\gamma_k^k = \Omega_k^k \mu_k^k \quad (9)$$

$\alpha_k^k =$ le taux de viscosité du mode k
en désignant par

Ω, μ, γ les matrices diagonales respectives des fréquences propres, masses et raideurs généralisées.

B la matrice des viscosités généralisées

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu^{-\frac{1}{2}} \Omega^{-\frac{1}{2}} B \Omega^{-\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}} \quad \text{la matrice des taux de viscosité.}$$

VI.2. Détermination de la forme de vibration

Une solution qui pourrait sembler idéale consisterait à répartir un nombre suffisamment grand de capteurs monodirectionnels et à enregistrer successivement les réponses par commutation. En fait cette solution n'est retenue que pour des structures simples comportant des formes simples (forme de poutre des engins) en effet pour des structures plus compliquées comme celle des avions, elle est onéreuse, et manque de souplesse.

Aussi lui a-t-on préféré la solution mixte consistant à utiliser deux capteurs "manuels" mobiles du type accélérométrique (4) que deux opérateurs mettent en contact, par simple pression, successivement en différents points de la structure, les informations et leurs adresses étant mémorisées sur les bandes perforées élaborées par les unités d'acquisition. Cette solution semi-automatique présente de nombreux avantages sur les solutions complètement automatiques :

- elle réduit au minimum les perturbations apportées à la structure.
- elle est souple en permettant d'effectuer des mesures en des points inaccessibles à des capteurs installés à poste fixe.
- elle réduit de façon très sensible le nombre de mesures aberrantes.

VI.3. La mesure des caractéristiques modales

VI.3.1. Les procédés de mesure des caractéristiques modales.

Les caractéristiques modales, masses et raideurs généralisées taux de viscosité doivent toujours être déterminées par des procédés de nature différente. En effet la structure mécanique expérimentée est continue et a une infinité de degrés de liberté ; elle a été assimilée à une structure idéale linéaire à amortissement visqueux représentable par un nombre fini de masses discrètes, ressorts et dash-pot. L'utilisation de procédés expérimentaux de nature différente pour la mesure d'une caractéristique modale permet d'obtenir la marge d'erreur imputable aux différences entre la

structure idéale. La marge d'erreur constitue donc un critère global final de la qualité de l'essai et fournit par ailleurs une information précieuse pour l'étude ultérieure de la stabilité aéroélastique.

Parmi les différents procédés de détermination des caractéristiques modales on peut citer (1) :

1°) Le tracé du lieu de l'affixe de la vitesse complexe en différents points de la structure

L'étude de la répartition du paramètre fréquence d'excitation de part et d'autre de la fréquence de résonance de phase Ω_k^k sur la courbe d'admittance permet de déterminer α_k^k

Pour être exploitable ce procédé implique une appropriation rigoureuse, une structure linéaire et un amortissement visqueux représentable par une matrice diagonale.

2°) Les procédés utilisant les informations résultant de légères modifications de l'impédance de la structure.

Les modifications de l'impédance sont réalisées par adjonction de masses ou raideurs ; le déplacement de la fréquence de résonance qui en résulte permet de déterminer μ_k^k ou γ_k^k . L'utilisation de ces procédés implique que chaque modification d'impédance soit accompagnée d'une réappropriation des forces d'excitation.

3°) Les procédés utilisant le calcul de calcul de l'énergie introduite dans la structure à la fréquence de résonance de phase.

- Le procédé du "travail introduit" à la fréquence de résonance de phase permet de déterminer le produit $\mu_k^k \alpha_k^k$.
- La technique des forces en quadrature qui permet de déterminer μ_k^k et α_k^k consiste à effectuer l'excitation à une fréquence voisine de la fréquence de résonance et à rétablir la résonance par introduction de forces réactives en quadrature avec les forces actives. Cette technique demande également des opérations d'appropriation supplémentaires, la répartition des forces réactives n'étant identique à la répartition des forces actives que dans le cas où la matrice B est diagonale.

Ces procédés qui ont suivi un développement parallèle à celui des moyens d'essais satisfont au principe que l'on s'est fixé pour la détermination des caractéristiques modales. Cependant ils supposent tous soit une appropriation rigoureuse de l'excitation, soit des opérations supplémentaires d'appropriation. Bien que cette technique ait fait de grands progrès en précision et en durée, comme cela a été souligné précédemment, il y a intérêt à limiter le nombre de ces opérations. Une méthode nouvelle fondée sur la détermination de la puissance complexe introduite par l'excitation au voisinage de la résonance permet de mesurer toutes les caractéristiques modales sans réappropriations.

VI.3.2. Puissance complexe fournie à la structure (3).

Les forces d'excitation sont d'abord appropriées à la fréquence de résonance de phase du mode considéré k . En conservant la répartition optimale des forces, on effectue un micro-balayage en fréquence de part et d'autre de la fréquence de résonance.

La mesure des forces et de leur vitesse de déplacement permet le calcul de la puissance complexe.

$$W(\omega) = W'(\omega) + j W''(\omega) \quad (8)$$

Un développement en série au voisinage de la fréquence de résonance montre que certaines propriétés de la fonction $W(\omega)$ sont indépendantes du couplage des amortissements. Il est nécessaire et suffisant que l'amortissement visqueux soit représenté par une matrice hermitique définie positive. Ces propriétés sont les suivantes :

A la fréquence de résonance $\Omega_k^k, W'(\Omega_k^k)$ passe par une valeur extrême.

$$\left. \begin{aligned} W'(\Omega_k^k) &= \alpha_k^k \Omega_k^k \gamma_k^k \\ \left(\frac{dW'}{d\omega} \right)_{\omega} &= \Omega_k^k = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} W''(\Omega_k^k) &= 0 \\ \left(\frac{dW''}{d\omega} \right)_{\omega} &= \Omega_k^k = -\gamma_k^k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Dans le chapitre précédent, nous avons déjà signalé l'utilisation de ces propriétés pour obtenir automatiquement la fréquence de résonance et le maintien de l'excitation à un niveau constant. La numérisation et la mémorisation sur bandes perforées des valeurs de $W'(\omega)$ et $W''(\omega)$ permet le tracé de ces courbes en fin de mesure d'un mode et la détermination immédiate des caractéristiques modales :

$$\gamma_k^k = - \left(\frac{dW''}{d\omega} \right)_{\omega} = \Omega_k^k$$

$$\mu_k^k = - \frac{1}{\Omega_k^k} \cdot \gamma_k^k \quad (12)$$

$$\alpha_k^k = \frac{W'(\Omega_k^k)}{\Omega_k^k \gamma_k^k}$$

On remarquera que les caractéristiques essentielles dans l'étude de la stabilité aéroélastique

μ_k^k ou γ_k^k sont obtenues indépendamment du taux de viscosité α_k^k , caractéristique d'une importance secondaire pour cette étude, peu fidèle dans le temps et souvent peu précise.

Cette méthode est très précise, la détermination de la pente de la courbe $W''(\omega)$ n'ayant jamais

donné matière à ambiguïté dans tous les cas traités depuis deux ans. Nous donnons sur la figure 5 un exemple relatif à un mode symétrique de voilure d'un avion prototype montrant que l'allure de la courbe $W''(\omega)$ au voisinage de la résonance permet une définition précise de la tangente.

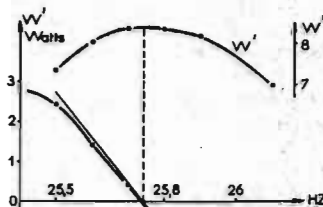


Fig 5 Mode symétrique de voilure $f_n = 25,74$ Hz
Tracé des courbes $W'(\omega)$ et $W''(\omega)$

Comme le montre l'expérience acquise, le micro balayage doit être effectué avec un pas de fréquence correspondant à un déphasage de 2° à 5° selon la proximité ou l'éloignement des modes voisins.

Indépendamment de sa précision, de sa rapidité d'exécution avec des moyens annexes relativement simples, cette méthode présente d'autres avantages sur les procédés décrits dans le précédent paragraphe

- 1°) Elle permet de se libérer de l'hypothèse d'amortissement indépendant pour des différents modes propres.
- 2°) Elle ne requiert qu'une seule appropriation : elle est encore exploitable lorsque l'appropriation n'est pas rigoureuse.
- 3°) Elle permet de traiter des systèmes peu non-linéaires, toutes les caractéristiques vibratoires étant obtenues dans un domaine où les amplitudes de déplacement varient peu.

Ces diverses raisons ont conduit à l'utiliser systématiquement dans tous les essais "industriels" effectués par l'O.N.E.R.A., la technique des forces en quadrature étant pratiquée à titre de contrôle.

VI.4. Fiabilité du traitement individuel des modes

L'emploi systématique de la méthode nouvelle de la puissance complexe et de la technique des forces en quadrature a très nettement mis en évidence le progrès accompli dans la fiabilité de cette opération. En effet pour toutes les structures aéronautiques (avions, hélicoptères) essayées dans ces conditions, la marge d'incertitude sur la quasi-totalité des masses généralisées a été inférieure à 5%, alors qu'antérieurement la marge d'erreur obtenue par application des procédés décrits dans le paragraphe VI.3.1. était souvent comprise entre 5% et 10%.

Cette réduction sensible de l'erreur est due au fait que la méthode de la puissance complexe rend plus aisée les opérations d'appropriation des forces et tolère par ailleurs une appropriation moins rigoureuse. De sorte qu'en définitive la valeur donnée par cette méthode constitue dans tous les cas la valeur la plus probable.

Enfin, il convient de souligner que le délai d'exécution de l'opération a été sensiblement réduit. Au cours de différents essais effectués, il a été constaté qu'en moyenne le nombre de modes traités par jour avait sensiblement doublé depuis la mise en service des nouveaux moyens et méthodes. Ajoutons que les résultats du traitement des informations sont désormais immédiatement exploitables dans l'étude ultérieure de la stabilité aéroélastique.

VII - Conclusion

Les progrès technologiques réalisés dans le nouveau laboratoire mobile de l'O.N.S.R.A. ont permis l'automatisation d'un certain nombre d'opération et l'introduction de méthodes nouvelles dans le processus de l'essai de vibration harmonique des structures.

Dans l'état actuel ce procédé expérimental constitue une véritable analyse de la structure, analyse qui est devenue de plus en plus fine, rapide et fiable.

La précision atteinte dans la détermination des caractéristiques modales n'est peut être pas toujours nécessaire dans les calculs classiques de stabilité aéroélastique, elle offre néanmoins la possibilité d'étendre avec succès ces techniques à la résolution d'autres problèmes comme ceux de tenue à la fatigue et en général à l'étude des phénomènes vibratoires qui peuvent se présenter dans tous les domaines de l'industrie.

Bibliographie

- (1) de VRIES Gerhard et BEATRIK Christian - Les procédés généraux de mesure des caractéristiques vibratoires des structures linéaires faiblement amorties. Progress in aeronautical Sciences, vol. 9, Pergamon Press - Oxford et New York 1968.
- (2) DECK Alphonse - Contribution à l'étude d'une méthode semi-automatique d'appropriation des forces d'excitation dans l'essai au sol d'une structure d'avion. Note technique O.N.S.R.A. n° 129 - (1968).
- (3) BOISBLAU Eugène - Détermination des caractéristiques vibratoires d'une structure à l'aide de l'expression de la puissance complexe fournie. Recherche Aérospatiale n° 130 (Mai-Juin 1969).
- (4) BOISBLAU Jean-François - Capteur accélérométrique mobile. Recherche Aérospatiale n° 129 (Mars-Avril 1969).