

ICAS Paper No. 68-38

ETUDE DES PETITES VIBRATIONS HARMONIQUES  
D'UNE STRUCTURE CHAUFFEE AUTOUR D'UN ETAT DE  
CHARGEMENT CORRESPONDENT A UNE ENTREE  
PARTIELLE DANS LE DOMAINE PLASTIQUE

by

Henri Loiseau  
Office National d'Etudes et de Recherches  
Aerospaciales (ONERA)  
Chatillon, France

# The Sixth Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences

DEUTSCHES MUSEUM, MÜNCHEN, GERMANY / SEPTEMBER 9-13, 1968

Preis: DM 2.00

# The Sixth Congress

of the

International Council of the

Agricultural Sciences

1958-1959

ETUDE DES PETITES VIBRATIONS HARMONIQUES D'UNE STRUCTURE  
CHAUFFEE AUTOUR D'UN ETAT DE CHARGEMENT CORRESPONDANT  
A UNE ENTREE PARTIELLE DANS LE DOMAINE PLASTIQUE

H. Loiseau  
O.N.E.R.A.

92 - Châtillon - France

Résumé

Un ensemble expérimental a été créé à l'O.N.E.R.A. pour déterminer les caractéristiques dynamiques d'un avion ou d'un missile soumis à de fortes charges et à un flux de chaleur élevé. En particulier, il permet de suivre l'évolution des modes propres de vibration de manière continue pendant la phase d'échauffement cinétique, simulée par exemple à l'aide d'un dispositif de chauffage utilisant des tubes infrarouges. Cet appareillage a été utilisé avec succès pour l'étude de petites vibrations de matériaux dans le domaine plastique, de maquettes et de structures à l'échelle grandeur.

STUDY OF THE SMALL HARMONIC VIBRATIONS OF A  
HEATED STRUCTURE, IN THE VICINITY OF A  
LOADING STATE CORRESPONDING TO A PARTIAL  
ENTRY INTO THE PLASTIC DOMAIN

Summary

An experimental instrumentation has been created at O.N.E.R.A. to determine the dynamic characteristics of an aircraft or missile submitted to heavy loads and to a large heat flux. In particular, it permits to follow the evolution of the vibration eigen values on a continuous manner during the phase of kinetic heating, simulated for instance thanks to a heating apparatus using infrared tubes. This apparatus has been successfully used for studying small vibrations of materials in the plastic domain, or of models or full size structures.

I. Introduction

Certains missiles sont conçus pour une mission unique de courte durée. Du seul point de vue statique, des contraintes élevées, au delà de la limite élastique, sont acceptables localement. Il n'est pas certain, cependant, que les efforts statiques soient les plus dangereux. Les charges dynamiques peuvent entraîner des ruptures par fatigue, qu'elles proviennent d'instabilités aérodynamiques ou d'excitations vibratoires résultant par exemple de la turbulence ou du bruit des réacteurs.

Il est donc nécessaire de connaître le comportement dynamique des structures soumises à de fortes charges. En premier lieu, il faut examiner s'il est fondamentalement différent ou au contraire prévisible de manière simple à partir du comportement de la même structure non chargée.

Dans le cas le plus général, il y a lieu de tenir compte aussi des efforts liés à l'échauffement cinétique.

D'un autre point de vue, il n'est pas non plus sans intérêt de vérifier que les modes propres d'une structure sont indépendants de la position

moyenne de vibration. Jusqu'à maintenant les essais de vibration au sol des avions sont effectués sans autres charges que celles dues à la pesanteur.

Les déformations en vol, en particulier pour des systèmes non linéaires, sont susceptibles de provoquer des glissements de fréquence importants, de libérer des frottements, et donc de faire apparaître des couplages nouveaux (cas des gouvernes surtout).

Une partie importante de cet exposé sera consacrée aux moyens d'essai qu'il a fallu créer pour cette étude expérimentale. Les résultats obtenus jusqu'à présent sont assez simples. Ils montrent que les petites vibrations autour d'un état d'équilibre élasto-plastique ont un comportement linéaire caractérisé par la seule connaissance du module d'Young à la température d'essai.

II. Différentes phases de l'étude

II.1 : On vérifie sur des structures simples, homogènes (poutre, plaque) que les modes propres ne dépendent que du module d'Young  $E$  et de la forme géométrique, quand l'état de température et de contrainte varie (domaine élastique ou plastique).

Considérons la courbe d'érouissage d'un matériau (Fig 1a).

Si la contrainte varie de  $0$  à  $\sigma_E$  (limite élastique), puis de  $\sigma_E$  à  $\sigma_p$ , et enfin de  $\sigma_p$  à  $0$ , la courbe contrainte-déformation comprend 2 parties rectilignes parallèles  $OA$  et  $BC$ .

Supposons que le matériau soit dans l'état représenté par le point  $B$  et qu'autour de cet état d'équilibre statique, on lui applique un état vibratoire d'une certaine amplitude. Au cours des premiers cycles de vibration l'érouissage augmente progressivement et le matériau se stabilise autour d'un nouvel état représenté par le point  $B'$  (Fig 1b)  $B'$  parcourt le segment  $B'_1 B'_2$  qui a pour pente  $E$ , lorsque la vibration est établie à amplitude constante.

En réalité, il existe certainement un retard à l'érouissage et l'état du matériau ne suit pas, entre  $B$  et  $B'$ , une loi aussi simple. Mais cette période étant de courte durée, pratiquement il importe peu d'en connaître le mécanisme exact, du moins quant au point de vue où nous nous plaçons.

Ceci a été vérifié, à la température ambiante d'abord, puis à température élevée, en présence de gradients de température en imposant la condition qu'ils ne provoquent pas de contraintes thermiques pouvant entraîner des variations de fréquences importantes.

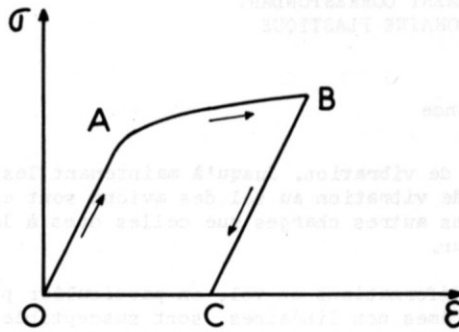


Fig. 1 a

Courbe d'écroûissage d'un matériau

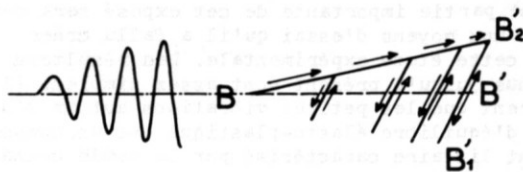


Fig. 1 b

Evolution de l'écroûissage pendant les premiers cycles de vibration

Au premier abord, il s'agit d'une expérience simple. En fait elle est très difficile à réaliser et nous y aurions probablement renoncé si n'avait été envisagé ensuite l'essai de structures réelles pour lesquelles les résultats étaient beaucoup moins évidents.

II.2. : L'appareillage mis au point sur poutre et plaque a été utilisé pour l'essai de maquettes représentatives d'un type de construction déterminé et pour lequel se posent des problèmes de non linéarité des rigidités, de variation des frottements et de l'augmentation et de la diminution des jeux, en fonction des charges appliquées et de la température.

### III. Méthodes et moyens d'essai

#### III.1. Charges statiques

La première difficulté apparaît lorsqu'on veut appliquer des charges sans introduire de rigidité ou de masse, ou du moins, en n'ajoutant que des rigidités ou masses négligeables par rapport à celles de la structure et qui soient rigoureusement indépendantes de la charge. Ces conditions éliminent les vérins classiques, beaucoup trop raides, ou les poids suspendus.

La solution adoptée est la suivante : (Fig 2).

La force est exercée par un excitateur électromagnétique [1]. L'équipage mobile est suspendu et guidé par des lames élastiques (représentées schématiquement par un ressort hélicoïdal) de sorte qu'il n'y ait aucun frottement entre les parties fixe et mobile.

Le déplacement du point d'application pouvant être très grand (0,20 à 0,40 m) on est amené à

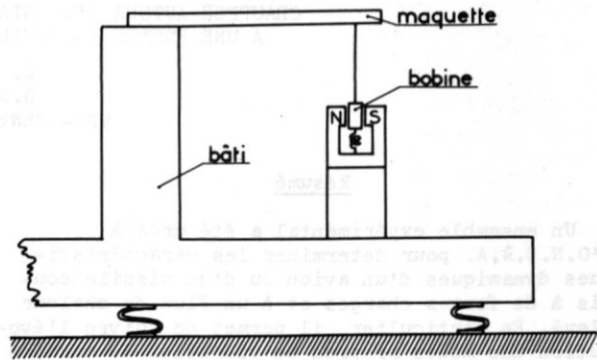


Fig. 2

Schéma de principe du dispositif d'application des efforts statiques

monter l'excitateur comme on peut le voir sur la Fig 3. Le corps même de l'excitateur est

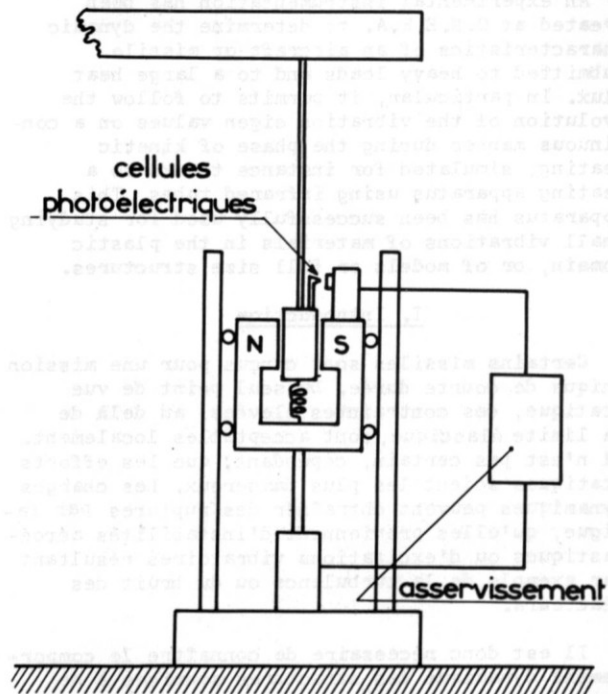


Fig. 3

Dispositif d'asservissement de la position des excitateurs statiques

mobile entre deux montants latéraux rigides et son mouvement est contrôlé par un vérin. Un détecteur de position relative entre bobine et corps de l'excitateur (cellule photoélectrique) commande le vérin dès que la bobine est écartée de sa

position d'équilibre, permettant ainsi à l'excitateur de travailler toujours dans les meilleures conditions.

Nous disposons d'ensembles fondés sur ce principe et permettant d'exercer des efforts allant jusqu'à 5000N.

La rigidité entre bobine et corps fixe de l'excitateur est négligeable. Pour la masse, on arrive actuellement à un rapport force utile/masse bobine égal à 700 qu'il semble difficile d'augmenter. La masse n'est donc pas négligeable. Elle est cependant acceptable pour des essais comparatifs. Il importe surtout que ni la masse, ni la rigidité ne varient avec la charge appliquée. Cette condition a été réalisée avec beaucoup de précision.

Remarquons qu'il est nécessaire que l'excitateur soit parfaitement linéaire, c'est-à-dire que le coefficient de proportionnalité entre force et courant dans la bobine soit constant quand le courant augmente ou quand la bobine se déplace dans l'entrefer. Les techniques employées répondent parfaitement à cet objectif.

### III.2. Mesure des déplacements et des vitesses

Les capteurs servant à mesurer les déplacements statiques et dynamiques doivent satisfaire aux mêmes conditions : masses et raideurs ajoutées faibles et invariables. Ils doivent mesurer avec précision de petits mouvements vibratoires tout en permettant des déplacements continus 1000 fois plus grands. Le principe de montage (Fig 4) est sensiblement le même que pour les excitateurs :

- un capteur de vitesse et un capteur de déplacement sont accouplés sur le même axe. Leur équipement mobile est suspendu élastiquement sans frottement. La platine support est mobile. Un moteur, commandé par le capteur de déplacement, la fait se déplacer de sorte que la partie liée à la structure soit toujours dans la même position par rapport au corps du capteur (condition réalisée à 0,02 mm près). Il suffit de mesurer le déplacement de la platine pour avoir le déplacement de la maquette. L'amplitude vibratoire est donnée par le capteur de vitesse.

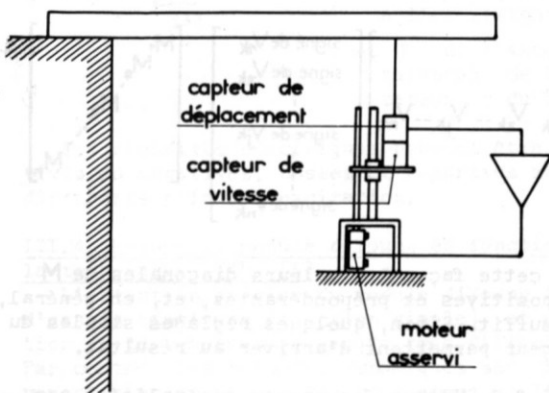


Fig. 4

Schéma de principe du dispositif de mesure des déplacements statiques et dynamiques -

Liaison des capteurs avec la structure - Elle doit satisfaire aux conditions suivantes :

- 1) très grande rigidité longitudinale
- 2) Articulation aux deux extrémités (Fig 5)
- 3) Bonne tenue aux températures élevées (ayant à traverser le dispositif de chauffage)
- 4) Dilatation aussi faible que possible (sinon il y aurait des erreurs sur les déplacements).

La solution adoptée est représentée par la Fig 6.

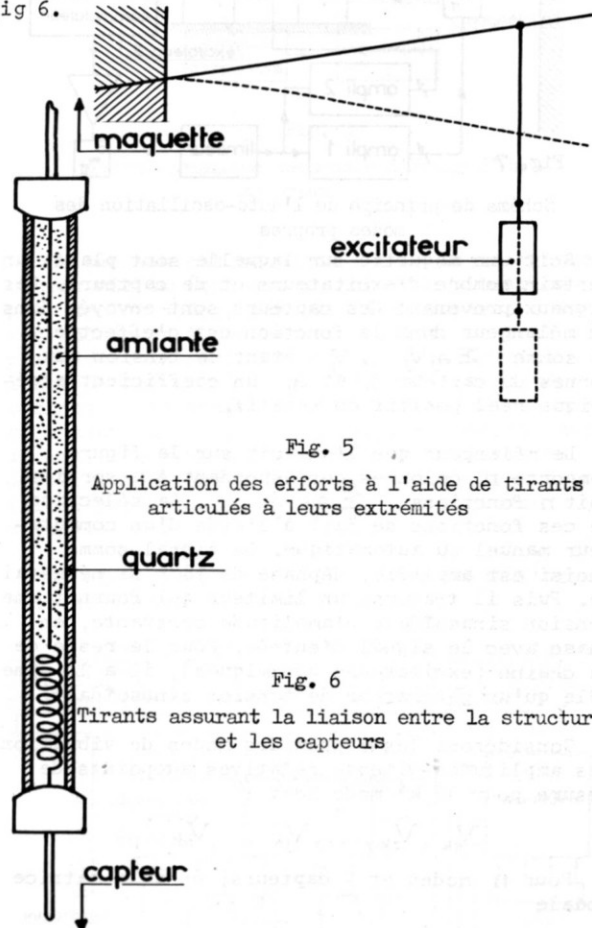


Fig. 5

Application des efforts à l'aide de tirants articulés à leurs extrémités

Fig. 6

Tirants assurant la liaison entre la structure et les capteurs

### III.3. Application des efforts dynamiques :

Les charges dynamiques peuvent être exercées par des excitateurs indépendants. Mais on peut se servir des excitateurs "statiques", en superposant au courant continu, un terme sinusoïdal.

### III.4. Automatisation des mesures :

Toutes les mesures doivent être effectuées à distance (la maquette étant inaccessible) et automatisées. On s'appuie pour cela sur les deux principes suivants :

- autoexcitation des modes propres [2]
- mesure des masses généralisées par la méthode des fréquences déplacées par raideurs électriques [3].

III.4.1. Autoexcitation des modes propres

Principe (Fig 7)

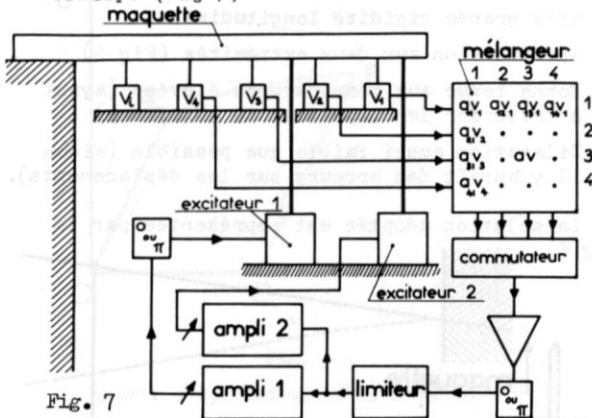


Fig. 7 Schéma de principe de l'auto-oscillation des modes propres

Soit une maquette sur laquelle sont placés un certain nombre d'excitateurs et de capteurs. Les signaux provenant des capteurs sont envoyés dans un mélangeur dont la fonction est d'effectuer la somme  $\sum_{k=1}^n a_{jk} V_{jk}$ ,  $V_{jk}$  étant la tension aux bornes du capteur  $j$ , et  $a_j$  un coefficient algébrique réel positif ou négatif.

Le mélangeur que l'on voit sur la figure comporte  $n$  colonnes correspondant à  $n$  sorties soit  $n$  fonctions  $\sum_{k=1}^n a_{jk} V_{jk}$ . La sélection de ces fonctions se fait à l'aide d'un commutateur manuel ou automatique. Le signal-somme choisi est amplifié, déphasé de  $180^\circ$  si nécessaire. Puis il traverse un limiteur qui fournit une tension sinusoïdale d'amplitude constante, en phase avec le signal d'entrée. Pour le reste de la chaîne (excitateurs dynamiques), il a le même rôle qu'un générateur de tension sinusoïdale.

Considérons les  $n$  premiers modes de vibration. Les amplitudes-vitesse relatives aux points de mesure pour le  $k^e$  mode sont :

$$V_{1k}, V_{2k}, \dots, V_{jk}, \dots, V_{nk}$$

Pour  $n$  modes et  $N$  capteurs, on a la matrice modale

$$\begin{array}{c}
 \rightarrow N \text{ capteurs} \\
 \begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{cccc}
 V_{11} & V_{21} & \dots & V_{j1} & \dots & V_{N1} \\
 V_{12} & V_{22} & \dots & V_{j2} & \dots & V_{N2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_{1k} & V_{2k} & \dots & V_{jk} & \dots & V_{Nk} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_{1n} & V_{2n} & \dots & V_{jn} & \dots & V_{Nn}
 \end{array} \right] \\
 \downarrow n \text{ modes}
 \end{array}
 \end{array}$$

Si l'on réalise la condition  $\sum a_{jk} V_{jk} \geq 0$  pour toutes les valeurs de  $k$  de 1 à  $n$ , sauf la valeur  $k = m$ , pour laquelle  $\sum a_{jm} V_{jm} < 0$  le  $m^e$  mode sera autoexcité. Il existe donc une infinité de solutions, représentée par la colonne  $a_{jk}$  de la relation :

$$\left[ \begin{array}{c} V_{jk} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} a_{jk} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \geq 0 \\ < 0 \\ \geq 0 \end{array} \right]$$

Pour l'autoexcitation des  $n$  modes on aboutit à la relation :

$$\begin{array}{c}
 \leftarrow N \text{ colonnes} \rightarrow n \text{ colonnes} \rightarrow \\
 \begin{array}{c} \uparrow \\ n \text{ lignes} \end{array} \left[ \begin{array}{c} V_{jk} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} a_{jk} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} < 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & & 0 & \dots \\ 0 & 0 & & \dots \\ \dots & \dots & \dots & & 0 & \dots \end{array} \right]
 \end{array}$$

$M$  étant une matrice dans laquelle tous les termes diagonaux sont négatifs et tous les termes non diagonaux nuls ou positifs.

Une solution particulière correspond à  $M$  diagonale. Dans ce cas on diminue l'amortissement de chacun des modes choisis jusqu'à le rendre négatif et donc le faire autoosciller, mais sans modifier les amortissements des autres modes. Cette solution n'est pas forcément la meilleure, car dans certains cas, c'est un avantage d'amortir d'autres modes, en particulier s'ils sont voisins en fréquence.

Le calcul de  $[a_{jk}]$  suppose la connaissance à priori de  $[V_{jk}]$ , c'est-à-dire que, par des moyens classiques, on ait déjà effectué un essai de vibration, par exemple sans charge, et sans chauffage. Ensuite pour l'étude de l'influence de ces paramètres on règle le mélangeur et on suit de façon continue l'évolution des différents modes propres en autooscillation.

On peut suivre chaque mode séparément, mais on peut aussi superposer les autoexcitations. Un premier filtrage de la réponse complexe, est obtenu automatiquement à la sortie de chaque voie du mélangeur et facilite ainsi beaucoup son analyse.

Mais, pratiquement, le réglage de l'autooscillation ne nécessite pas de calcul d'inversion de matrice, au moins pour les premiers modes de vibration (5 ou 6). Il suffit de connaître les signes des  $Nn$  éléments de  $[V_{jk}]$ , (donnés par exemple par les balayages en fréquence d'excitation, ou par la seule connaissance de la géométrie de la structure). On donne alors aux termes de  $[a_{jk}]$  les signes identiques à ceux des termes de  $[V_{jk}]$ , la correspondance se faisant entre ligne et colonne.

$$\left[ \begin{array}{cccc} V_{1k} & V_{2k} & \dots & V_{jk} & \dots & V_{nk} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \text{signe de } V_{1k} \\ \text{signe de } V_{2k} \\ \vdots \\ \text{signe de } V_{jk} \\ \vdots \\ \text{signe de } V_{nk} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_k \\ \dots \\ M_n \end{array} \right]$$

De cette façon les valeurs diagonales de  $M$  sont positives et prépondérantes, et, en général, ceci suffit. Sinon, quelques réglages simples du mélangeur permettent d'arriver au résultat.

III.4.2. Mesure des masses généralisées par la méthode des rigidités électriques

Soit le  $k^e$  mode propre, et, supposons qu'il soit, à l'aide d'une excitation appropriée, parfaitement isolé des autres modes. La relation

le concernant s'écrit :

$$(-\mu\omega^2 + j\omega B + \varphi) q = \mathcal{F}$$

$\mu, B, \varphi$  et  $\mathcal{F}$  étant respectivement les masse, amortissement, rigidité et force généralisées.

La masse peut être mesurée à partir d'une variation connue  $\Delta\varphi$  de la rigidité généralisée, selon :

$$\mu = \frac{\Delta\varphi}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

fréquence de résonance de phase avec et sans rigidité additionnelle.

L'addition de rigidités pures et parfaitement connues est possible de la façon suivante (Fig 8)

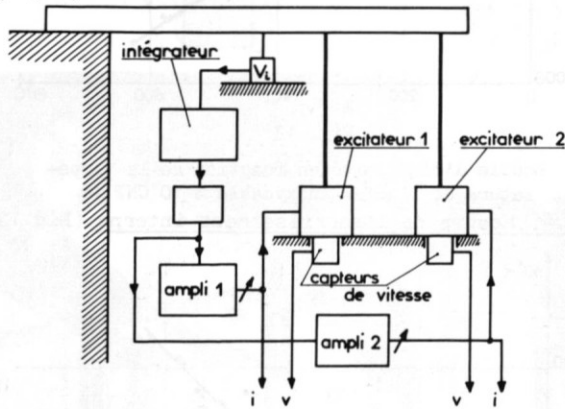


Fig. 8

Schéma de principe de la mesure des masses généralisées par les raideurs électriques

La tension sinusoïdale aux bornes d'un capteur de vitesse choisi à un emplacement de grande amplitude (ce peut-être aussi la tension à la sortie du mélangeur) est intégrée, amplifiée en tension et courant, et envoyée dans les excitateurs dynamiques. La rigidité qui en résulte, dite "électrique" est égale à :

$$\frac{F}{y} = \frac{Ai}{B\frac{V}{\omega}}$$

$i$  : courant dans l'excitateur

$V$  : tension aux bornes du capteur intégré à l'excitateur

$A$  et  $B$  : constantes d'étalonnage de l'excitateur et du capteur.

Les rigidités électriques peuvent être positives ou négatives, dosées et réparties aux différents points d'excitation.

### III.4. Mesure du module d'Young en fonction de la température [4] [5]

L'obtention précise du module d'Young à l'aide d'essais statiques (traction simple), et en fonction de la température paraît très difficile. Par contre, les méthodes dynamiques sont relativement simples, celle que nous avons utilisée en particulier est à la portée de n'importe quel laboratoire. Elle consiste à mesurer la fréquence propre du premier mode de vibration longitudinale d'un barreau cylindrique de grande

longueur relative.

La Fig 9 schématise l'expérience :

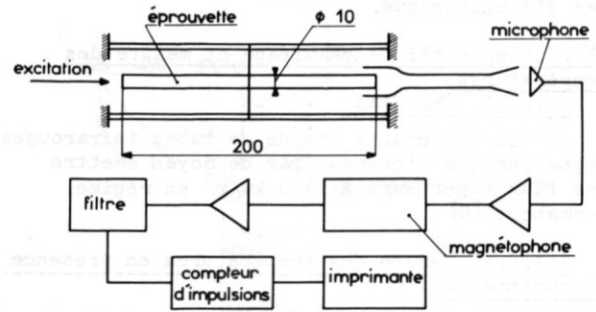


Fig. 9

Mesure dynamique de module d'Young d'un matériau

Le barreau est suspendu à très basse fréquence en son milieu (qui est un noeud de vibration pour le 1er mode), par des fils souples, eux-mêmes accrochés à des barres souples. Le tout est placé dans un four. Le barreau est excité à l'une de ses extrémités à l'aide d'un système à gâchette. Les trains d'ondes sinusoïdales amorties sont captés par un microphone branché sur un amplificateur suivi d'un magnétophone. Le dépouillement est effectué en passant par un filtre passe-bande, à l'aide d'un compteur d'impulsions.

Le même dispositif permet de mesurer l'amortissement interne du matériau.

### III.5. Schéma général de l'installation d'auto-excitation, de mesure des masses généralisées, et d'application des efforts stationnaires

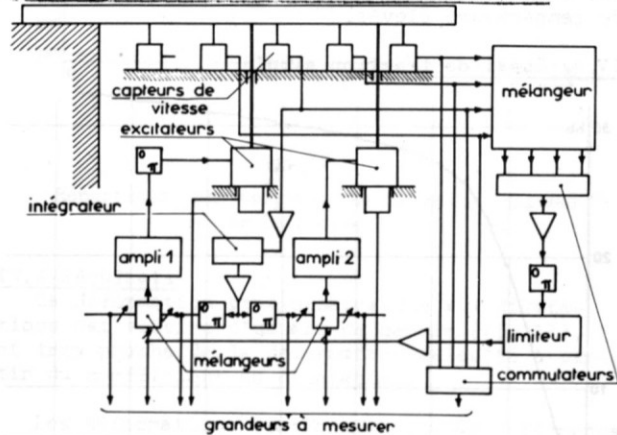


Fig. 10

Schéma général de l'installation d'auto-oscillation, de mesure des masses généralisées et d'application des charges

Les courants traversant les excitateurs, dans le cas le plus général, comprennent trois composantes :

- en phase avec la vitesse (excitation ou autoexcitation)
- en quadrature avec la vitesse (raideurs électriques)

c) terme continu (charges statiques).

La séparation de ces fonctions est assurée par l'électronique.

### III.6. Dispositif de chauffage et mesure des températures

#### III.6.1. Chauffage

Il est effectué à l'aide de tubes infrarouges. Signalons que l'on peut par ce moyen émettre des flux supérieurs à  $1000 \text{ kw/m}^2$  en régime permanent [6]

#### III.6.2. Mesure des températures en présence de rayonnement.

Les températures sont mesurées à l'aide de thermocouples chromel-alumel. On constate qu'en présence du rayonnement, les valeurs mesurées sont toujours supérieures aux valeurs exactes. Des essais systématiques ont montré que la grosseur des fils de thermocouples, la longueur de la partie soudée, et la manière dont ces fils quittent la surface irradiée avaient une grande importance sur l'erreur commise.

Si l'on a soin d'employer du fil fin et de le laisser cheminer 10 à 15 mm au moins le long de la surface, à partir de la soudure, les erreurs sont ramenées à 1 ou 2 degré C en présence de flux de  $100 \text{ kw/m}^2$ .

### IV. Essai d'une poutre cantilever et résultats obtenus

#### IV.1. Choix du matériau

L'acier inoxydable Z10 CNT 18 a été choisi, parce que sa limite élastique est très basse (18 hb), qu'il a un très grand allongement à la rupture et que sa température de fusion est élevée. D'autre part sa conductibilité est faible et il est assez facile d'obtenir des gradients de température élevés.

#### IV.2. Essai de traction simple

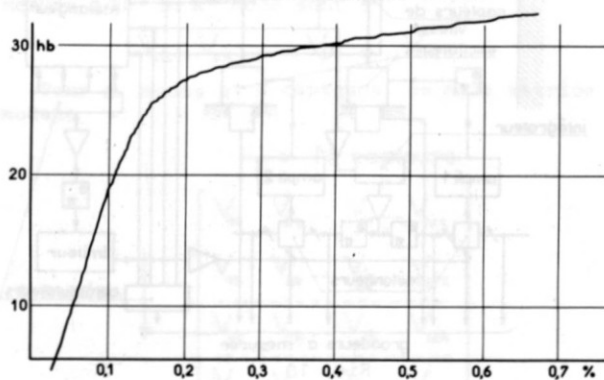


Fig. 11

Courbe d'érouissage de l'acier inoxydable Z 10 CNT 18 hypertrempé au départ

#### IV.3. Mesure du module d'élasticité en fonction de la température

La précision des mesures est d'environ 1 pour mille. Elle est suffisante pour mettre en évidence une modification métallurgique du matériau à partir de  $550^\circ\text{C}$ . Initialement celui-ci était

hypertrempé à  $1100^\circ\text{C}$ , ce qui correspond à une libération aussi complète que possible de toutes contraintes internes. Ces résultats ont conduit à hypertrempé la poutre et à limiter les températures pendant l'expérience à  $500^\circ\text{C}$  environ, valeur qui d'autre part est assez éloignée de la fusion pour éviter le fluage.

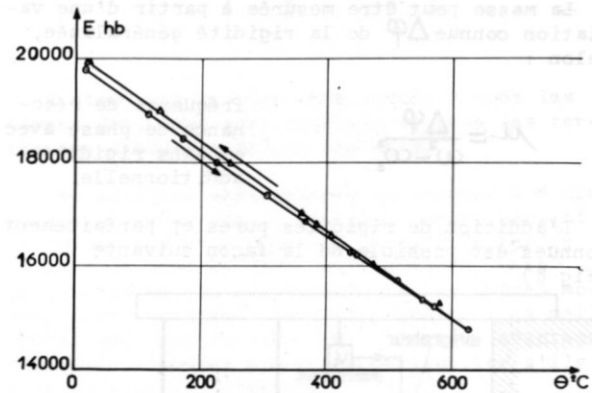


Fig. 12

Module d'élasticité en fonction de la température de l'acier inoxydable Z 10 CNT 18

#### IV.4. Mesure de l'amortissement interne (Fig 13)

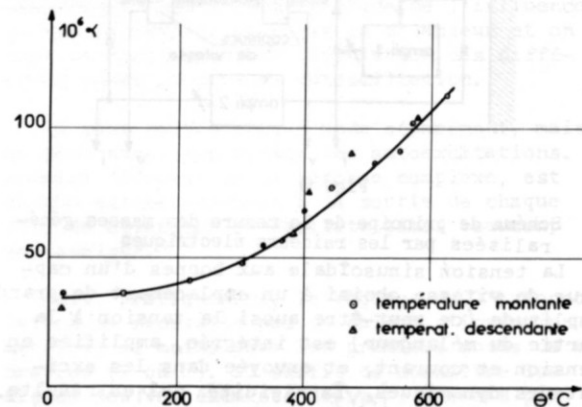


Fig. 13

Amortissement interne en fonction de la température de l'acier inoxydable Z 10 CNT 18

Les valeurs trouvées sont des valeurs maximales, car malgré tout le soin apporté à la suspension, et bien que celle-ci soit localisée au noeud de la vibration, elle peut dissiper une certaine énergie. De même l'action de l'air ambiant n'est peut-être pas sans importance. Ces valeurs sont très petites et on peut affirmer que l'amortissement interne sera une partie négligeable de l'amortissement d'une structure même pour une simple poutre encastree.

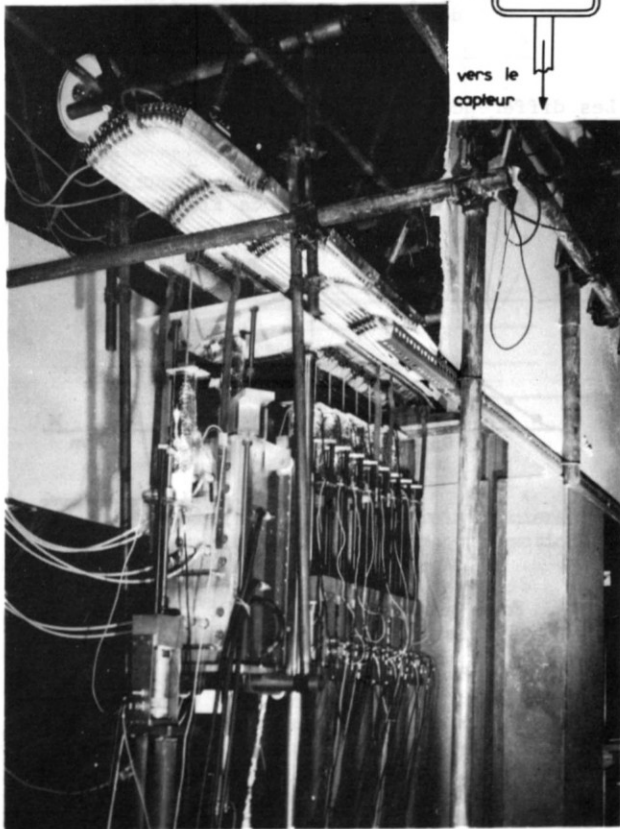
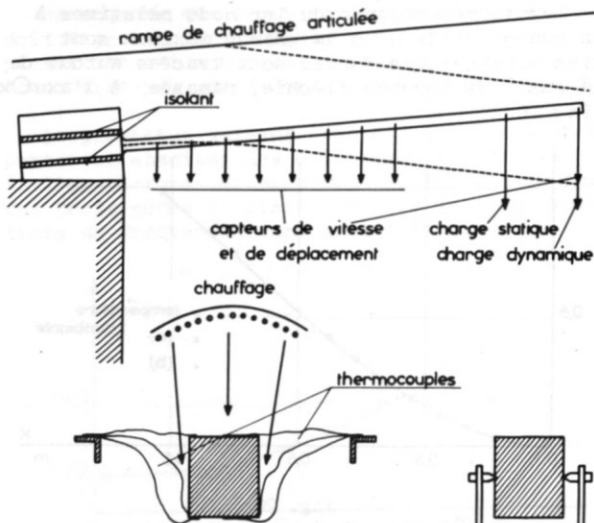
#### IV.5. Schéma du montage

9 capteurs de déplacement-vitesse sont répartis le long de la poutre et appliqués sur la fibre neutre.

La force statique est exercée en un seul point, voisin du noeud du 2e mode de vibration. Pour cette raison un petit excitateur dynamique a été ajouté à l'extrémité de la poutre.

La rampe de chauffage est articulée et suit le mouvement de la poutre, de sorte que les





températures soient indépendantes de la position. Afin d'accroître le gradient de température selon la hauteur de la section, les faces supérieure et inférieure ont été peintes en noir. Les faces latérales par contre sont restées brillantes pour limiter les pertes sur les bords. Les pertes latérales sont compensées par le chauffage oblique. On est arrivé ainsi à des répartitions de température selon une section ayant l'allure indiquée sur la Fig 16. Les gradients étant très linéaires, on voit qu'il ne pouvait y avoir de contraintes thermiques gênantes.

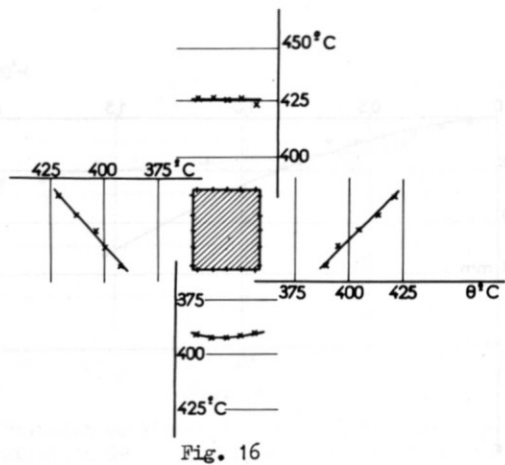


Fig. 16 Répartition des températures selon une section de la poutre

Montage d'une poutre cantilever pour essai dynamique à chaud, sous charges statiques

Fig. 15 Photographie de l'installation d'essai d'une poutre cantilever

La répartition en envergure est donnée par la Fig 17. Les températures extrêmes : 365°C et 445°C sont assez rapprochées pour que l'on puisse considérer un module d'Young moyen correspondant à une température moyenne intermédiaire entre ces deux limites.

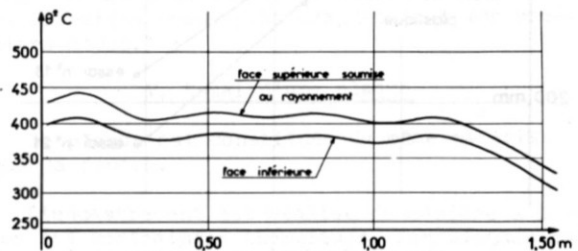


Fig. 17 Répartition des températures selon la longueur de la poutre

#### IV.6 Résultats

La déformation stationnaire due aux dilatations est voisine d'un arc de cercle (Fig 18), et très proche de la déformation calculée à partir du coefficient de dilatation.

Les déformations stationnaires pour différents cas de charge sont représentées par la Fig 19. Sur ce graphique la déformation due aux effets thermiques est ramenée à l'axe rectiligne  $Ox$ . Il ne s'agit donc ici que des flèches dues aux efforts statiques.

La courbe OP indique la longueur du domaine plastique. Celui-ci se compose de deux zones sensiblement triangulaires (Voir au bas de la figure).

L'allongement maximum, mesuré à l'emplanture

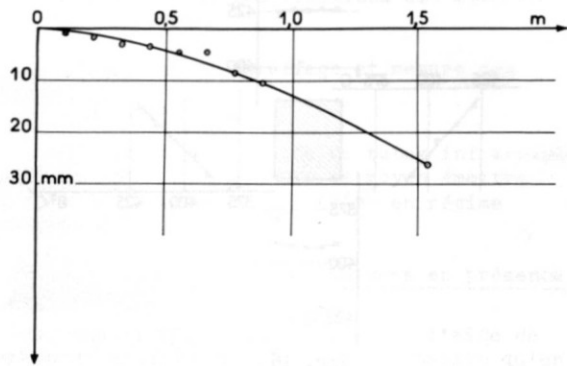
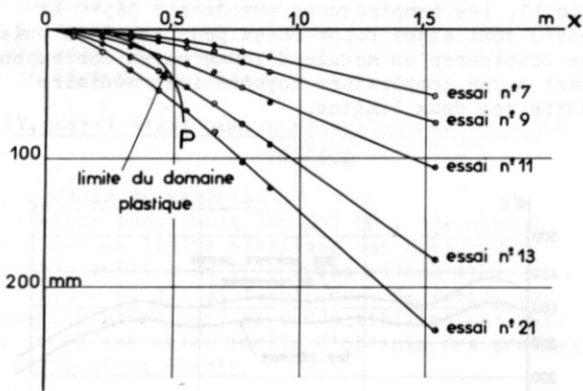


Fig. 18

Déformation thermique de la poutre



flèche à l'extrémité de la poutre

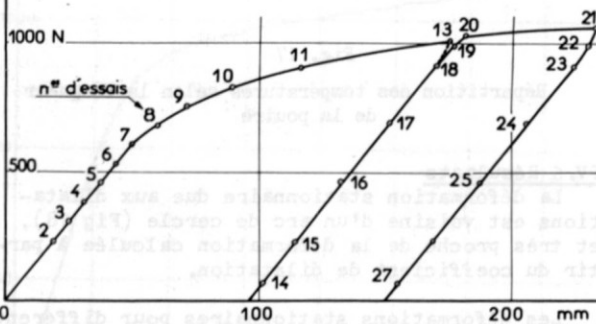


Fig. 19

Déformation de la poutre pour plusieurs cas de charge

sur les fibres les plus exposées est représenté sur chacune des courbes.

Pour la position la plus fléchée la longueur du domaine plastique est de 0,43 (ramené à l'unité de longueur de la poutre) et une hauteur de 0,43 (par rapport à la hauteur de la section).

Les formes propres du 1er mode relatives à la charge nulle et à la charge maximum sont très voisines (les formes sont tracées autour de la position moyenne fléchée, ramenée à l'axe Ox) (Fig 20)

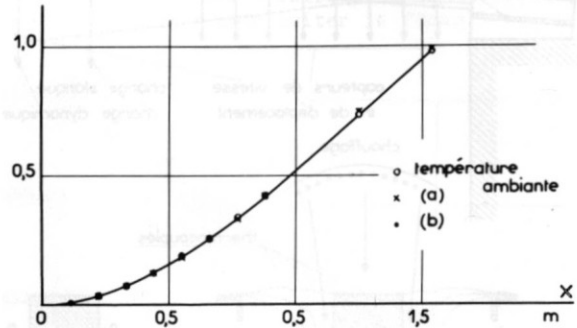


Fig. 20

Forme propre du 1er mode de vibration de flexion de la poutre :  
a) sans charge  
b) avec charge maximum

Les différences constatées peuvent être attribuées aux erreurs de mesure.

Les conclusions sont les mêmes pour le 2e mode (Fig 21) et le 3e mode de flexion (Fig 22).

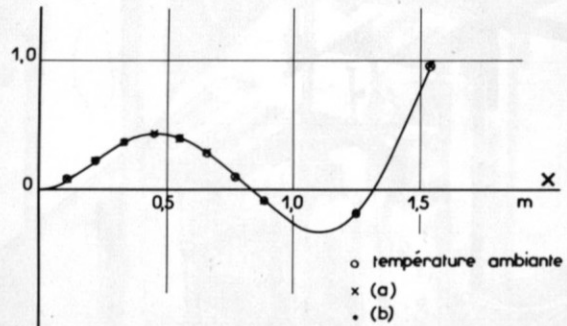


Fig. 21

Forme propre du 2ème mode de vibration de flexion de la poutre :  
a) sans charge  
b) avec charge maximum

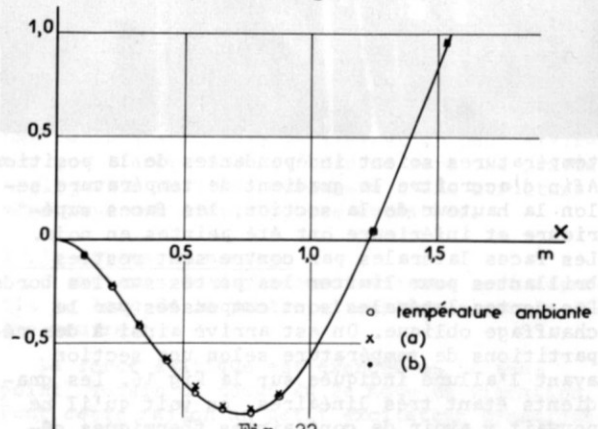


Fig. 22

Forme propre du 3ème mode de vibration de flexion de la poutre :  
a) sans charge  
b) avec charge maximum

Remarquons que c'est le premier mode qui doit être le plus sensible aux effets de la plasticité s'ils existent, sa forme propre étant très peu différente de la forme fléchie.

Le graphique suivant (Fig 23) sur lequel sont portés en abscisse les allongements maximums (à l'emplanture) et en ordonnées les fréquences des trois modes de flexion montre que les évolutions de fréquences sont insignifiantes.

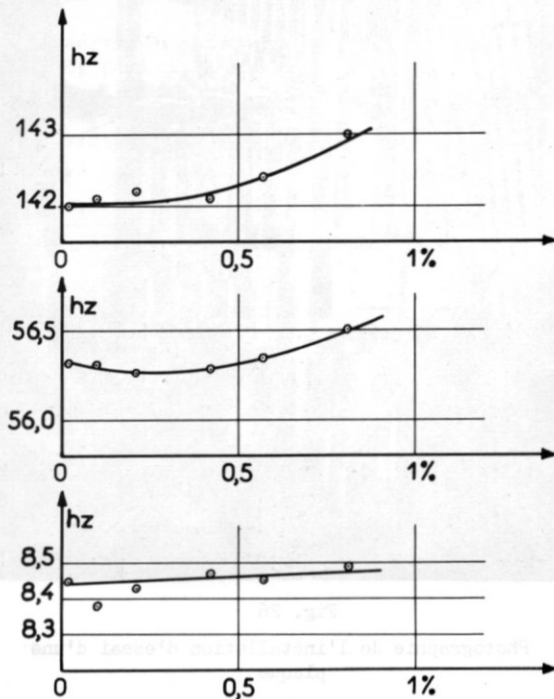


Fig. 23

Evolution des fréquences des trois premiers modes de vibration de la poutre, en fonction de l'allongement maximum

#### Amortissement :

L'effort statique étant appliqué sensiblement au noeud du 2e mode de vibration, celui-ci se trouvait très peu perturbé par la masse et l'amortissement de l'excitateur. Pour cette raison, il a été choisi pour la mesure de l'évolution de l'amortissement. Comme prévu, et ainsi que le montre la Fig 24, il ne varie pas dans le domaine plastique. Car ce que l'on mesure, comprend l'amortissement interne, l'amortissement dû à l'air environnant, aux encastrements. Le premier terme est négligeable devant la somme des autres, et sa variation, si elle existe, passe inaperçue. Elle n'a d'ailleurs aucune importance, pour cette raison, dans un cas pratique.

Ces résultats permettent d'affirmer qu'il n'y a aucun effet de la plasticité sur les modes propres d'une structure homogène.

#### Remarque :

Nous avons constaté, pendant les expériences que la mise en vibration diminuait considéra-

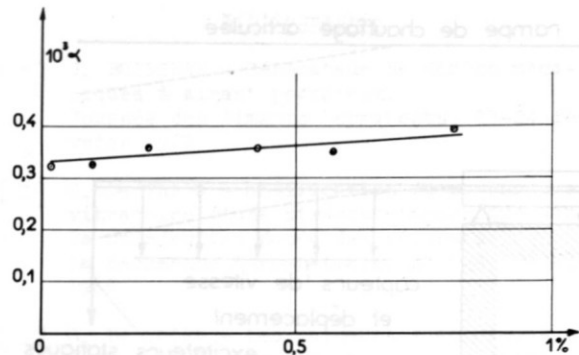


Fig. 24

Evolution de l'amortissement du 2ème mode de vibration de la poutre, en fonction de l'allongement maximum

blement le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre déplacement-force (fluage primaire). Si l'on examine la courbe flèche à l'extrémité de la poutre - charge appliquée - on remarque qu'elle est parfaitement lisse et qu'elle ne ressemble pas aux graphiques contrainte-déformation obtenus sur machine de traction. Ces graphiques présentent généralement des paliers, la dislocation des cristaux et les glissements internes s'effectuant en bloc à la fin de ces paliers. L'accélération du fluage primaire, selon ces expériences paraît davantage lié à l'amplitude de vibration qu'à la fréquence. Ainsi le premier mode de flexion était déterminant dans le processus, et ce sera généralement le cas dans une structure, les amplitudes de vibration étant plus grandes pour les premiers modes.

#### V. Essai d'une plaque

La plaque est constituée du même matériau que la poutre.

L'encastrement est réalisé de manière à libérer les contraintes thermiques. Les plaques latérales de garde assurent un chauffage uniforme selon la largeur de la plaque. L'essai étant effectué en régime de chauffage et de température stabilisés et un gradient de température non linéaire n'existant que selon la longueur, il ne pouvait y avoir de contraintes thermiques gênantes pour l'interprétation.

Les conclusions sont aussi nettes que précédemment pour les modes de flexion non couplés aux modes de torsion. Pour ceux-ci l'interprétation est plus difficile, la géométrie (plaque cambrée) ayant une influence sensible sur les fréquences. Elle est en cours.

Cette expérience a surtout permis la préparation de la chaîne de mesure pour essai sur structure réelle; abandonnée provisoirement, en tant qu'essai de plaque, au profit de l'expérience sur missile réel, pour des raisons de délai, elle n'a été effectuée que récemment.

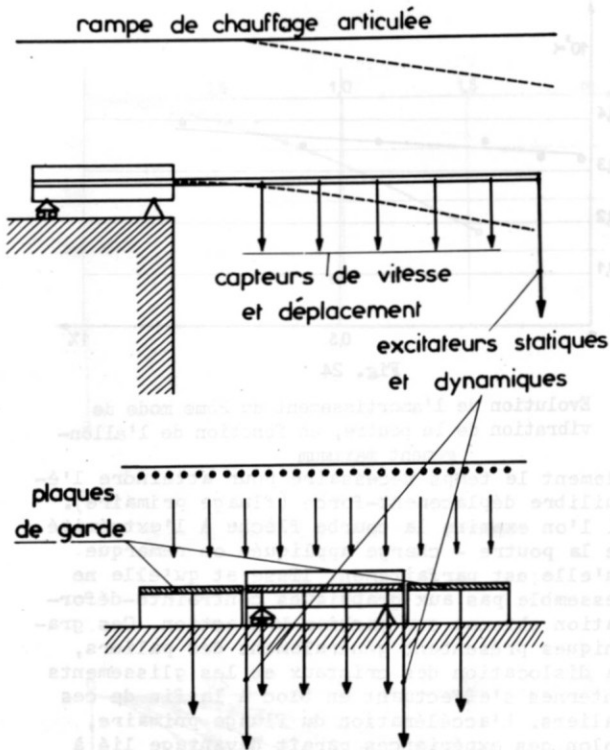


Fig. 25

Montage d'une plaque pour essai dynamique à chaud sous charges statiques

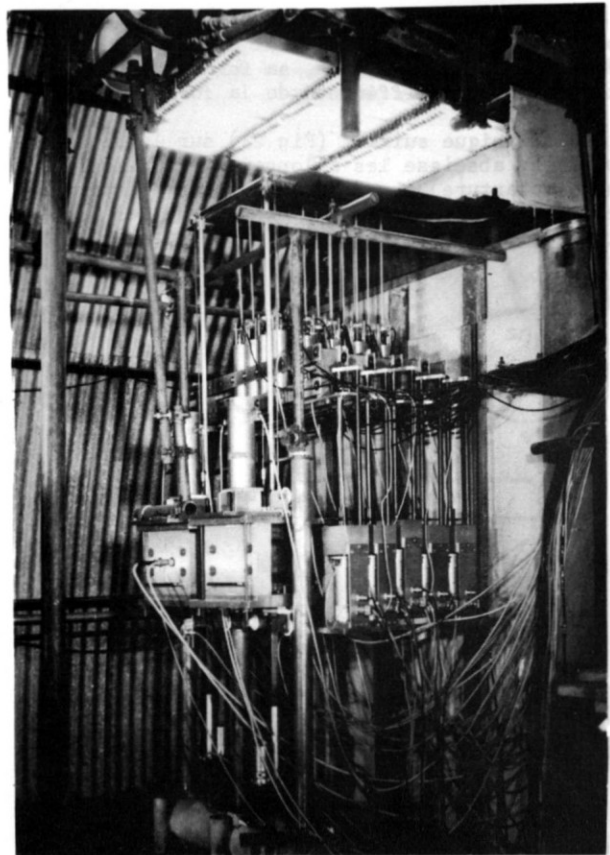


Fig. 26

Photographie de l'installation d'essai d'une plaque

## VI. Essai d'une structure réelle

Il s'agit d'une partie de structure ayant à supporter des températures et des charges stationnaires élevées, et qu'il était nécessaire de tester dynamiquement, en respectant l'ambiance thermique et les charges extérieures.

Quatre excitateurs permettant d'exercer des efforts de 1000 N continus superposés à 100 N alternatifs étaient répartis sur la structure. Les amplitudes de vibration et les flèches dues aux charges statiques et aux dilatations thermiques étaient mesurées par 30 capteurs déplacement-vitesse fixes. La structure était reliée à ceux-ci par des tirants (selon le système antérieurement décrit) qui traversaient le dispositif de chauffage.

La technique d'essai que l'on a décrite dans les chapitres précédents, et mis au point sur la plaque a donné entière satisfaction. Les résultats obtenus en autoexcitation ont été comparés avec les résultats de mesure par les moyens plus classiques et les confrontations sont excellentes. Le gain de temps résultant de l'emploi des méthodes automatiques et numériques est considérable, en particulier dans la phase appropriation des forces d'excitation dynamiques.

L'évolution des modes propres a été suivie

de manière continue pendant des échauffements en temps réel (d'une durée totale de 5 minutes environ). Un exemple de variation de fréquence est donné par la Fig 27.

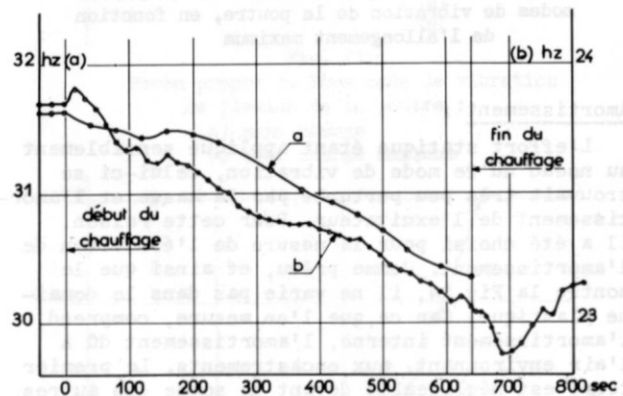


Fig. 27

Evolution de la fréquence d'un mode de vibration pendant la période d'échauffement

## VII. Conclusions

### VII.1. Effet de la plasticité sur les modes propres

Les essais effectués avec beaucoup de soin,

de manière à éliminer tous les paramètres susceptibles de modifier les modes propres, autres que la plasticité, ont montré que l'état plastique n'avait aucune influence sur les rigidités, à l'intérieur d'une marge d'erreur de l'ordre de 1%, donc pourtant très faible.

Les vibrations accélèrent la mise en équilibre d'un système dans le domaine plastique, et cet effet paraît lié davantage à l'amplitude de la vibration qu'à sa vitesse.

Les amortissements internes des matériaux étant très petits, n'interviennent que d'une manière insignifiante dans les amortissements de structure, dès que l'on a des assemblages, et leur variation, provoquée par l'entrée dans le domaine plastique, est donc négligeable.

#### VII.2. Ensemble d'essai et de mesure en présence d'efforts statiques et d'échauffement (continus ou évolutifs).

L'ensemble décrit a donné entière satisfaction. L'automatisation et la numérisation absolument nécessaires dans le cas où la structure est rapidement évolutive, peuvent être appliquées à des essais pour lesquels bien qu'aucune nécessité technique de rapidité ne s'impose, un gain de temps est toujours très appréciable et souhaité.

#### Bibliographie

- [ 1 ] J. BOISSEAU - Générateur de forces mécaniques à aimant permanent.  
Journée des Aimants Permanents, 23-24 février 1967
- [ 2 ] G. De VRIES - Modification du comportement vibratoire d'une structure mécanique par la réinjection dosée des réponses.  
La Recherche Aérospatiale, n° 124, mai-juin 1968
- [ 3 ] G. De VRIES - Les raideurs électriques et leur emploi dans les essais de vibration.  
La Recherche Aérospatiale, n° 92, janvier-février 1963
- [ 4 ] F. GIRARD - Nouvelle méthode de mesure du coefficient de POISSON  
La Recherche Aérospatiale, n° 72, septembre-octobre 1959
- [ 5 ] H. LOISEAU - Mesure du module d'YOUNG et de l'amortissement interne des matériaux en fonction de la température.  
La Recherche Aérospatiale, n° 125, juillet-août 1968
- [ 6 ] H. LOISEAU et R. KOPFF - Technique de réalisation de flux de chaleur élevés et de courte durée.  
La Recherche Aérospatiale, n° 125, juillet-août 1968.