

ICAS Paper No. 68-21

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS STRÖMUNGSFELD UM
PYRAMIDENFÖRMIGE ZENTRAFKÖRPER VON
TRIEBWERKSEINLÄUFEN

by

Norbert Schmidt
Deutsche Forschungsanstalt für Luft-
und Raumfahrt
Braunschweig, Germany

**The Sixth Congress
of the
International Council of the
Aeronautical Sciences**

DEUTSCHES MUSEUM, MÜNCHEN, GERMANY / SEPTEMBER 9-13, 1968

Preis: DM 2.00

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS STRÖMUNGSFELD UM PYRAMIDENFÖRMIGE ZENTRAKKÖRPER

VON TRIEBWERKSEINLÄUFEN. *

N. Schmidt

Institut für Strahlantriebe der
Deutschen Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V. (DFL)

Braunschweig, Deutschland

Abstract

Investigations on the flow field around pyramid-shaped centerbodies of jet engine intakes. A square pyramid may be used as a centerbody of a supersonic intake of variable geometry which joins the advantage of a three-dimensional compressing cone and that of plane surfaces of a wedge. The flow field around the centerbody is the point of interest. Results of an extended slender body theory - extended by elements of the nonlinear cone flow theory - are given, especially the distribution of pressure and Machnumber in the flow field around the body, the pressure drag of the body, and the shape of the shock. These results are compared with experimental data from a sharp 25° half-angle pyramid at Machnumbers ranging from 2 to 3.

I. Einleitung

Die Lufterlässe von Überschallflugtriebwerken benutzen zur Erhöhung des Brennkammerdruckes Zentralkörper, von denen schräge Verdichtungsstöße ausgehen. Die Luft wird durch sie stufenweise verzögert und durch einen abschließenden geraden Verdichtungsstoß im Bereich des Triebwerkseintrittsquerschnitts auf Unterschall geführt. Der erzielte Ruhedruckrückgewinn nimmt bei Fluggeschwindigkeiten über der zweifachen Schallgeschwindigkeit beträchtliche Werte an, wenn Lage und Form des Zentralkörpers der Flugmachzahl optimal angepaßt werden. (2) (3)

Die einfachsten Formen solcher Zentralkörper sind der ebene Keil bei Rechteck-Fangquerschnitten und der gerade Kreiskegel bei rotationssymmetrischen Einläufen. Die dreidimensional verdichtenden Kegel haben gegenüber den zweidimensional verdichtenden Keilen den Vorteil eines bis zu 2,5 Prozent höheren Ruhedruckrückgewinns. Bei der räumlichen Umströmung im Strömungsfeld zwischen den Stößen wird nämlich eine zusätzliche isentrope Verzögerung und damit eine Herabsetzung der örtlichen Machzahl erreicht, mit der zum abschließenden Geradstoß angesetzt wird (4) (5). (Bild 1). Die dabei erreichte Verminderung

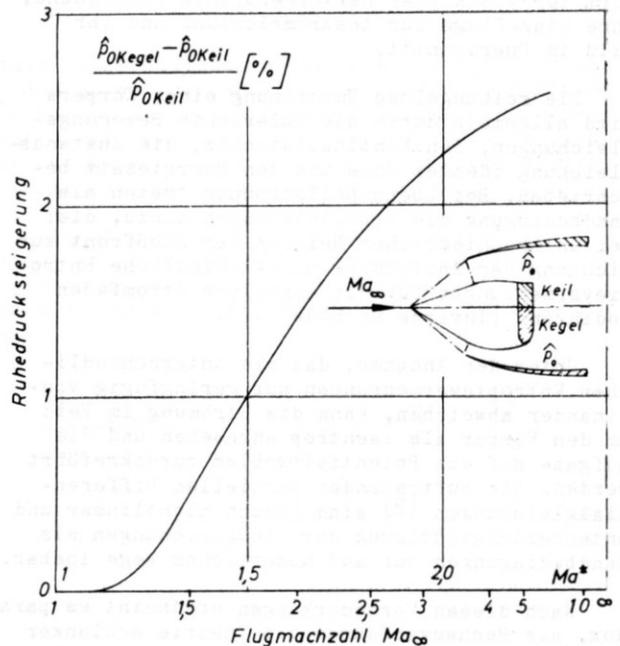


Bild 1: Relative Steigerung des Ruhedruckrückgewinns eines jeweils optimal ausgelegten Zweistoßdiffusors ($\chi = 1,405$) bei Übergang von Keil auf Kegel als Zentralkörper

des Druckverlustes kann den Triebwerks-Nettoschub bis um 6 Prozent erhöhen (6). Der Nachteil der Kegel besteht jedoch darin, daß die Anpassung des Öffnungswinkels an die jeweilige Flugmachzahl infolge gekrümmter Flächen nicht oder nur unter erheblichen Konstruktions-schwierigkeiten möglich ist (7).

Die Nachteile der beschriebenen Zentralkörperformen sind bei der Verwendung eines pyramidenförmigen Zentralkörpers weitgehend vermeidbar. Die Pyramide ermöglicht eine dreidimensionale Verdichtung unter Beibehaltung ebener Flächen, die sich innerhalb eines Winkelbereichs fächerartig gegeneinander verschoben lassen.

* Extract from (1), supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft and the DFL

Es wird erwartet, daß bei Ersatz eines kegelförmigen Zentralkörpers durch eine Pyramide unter Beibehaltung der dreidimensionalen Verdichtung eine Regelbarkeit erreicht wird.

Aufgabenstellung

Als Grundlage für eine Beurteilung wird das Strömungsfeld um eine gerade quadratische Pyramide mit axialer Überschallanströmung untersucht. Der halbe Öffnungswinkel ist - über die Seitenflächen gemessen - $\delta_0 = 25^\circ$, die Machzahlen liegen im Bereich von 2 bis 3. Im einzelnen interessieren die Druck- und Geschwindigkeits- bzw. Machzahlverteilung um den Körper, der Druckwiderstand des Körpers und die Form der vom Körper hervorgerufenen Stoßfläche, ihre Winkellage zur Anströmrichtung und ihr Bild im Querschnitt.

Die reibungslose Umströmung eines Körpers wird allgemein durch die Eulerschen Bewegungsgleichungen, den Kontinuitätssatz, die Zustandsgleichung idealer Gase und den Energiesatz beschrieben. Bei Überschallströmung treten als Randbedingung die Stoßgleichungen hinzu, die bei unterschiedlicher Neigung der Stoßfront zur Richtung der Anströmung unterschiedliche Entropievermehrungen für die einzelnen Stromfäden bedingen. (Inverse Methode) (8).

Unter der Annahme, daß die unterschiedlichen Entropievermehrungen nur geringfügig voneinander abweichen, kann die Strömung im Feld um den Körper als isentrop angesehen und die Aufgabe auf ein Potentialproblem zurückgeführt werden. Die auftretenden partiellen Differentialgleichungen (9) sind jedoch nichtlinear und unter Berücksichtigung der Stoßgleichungen als Randbedingungen nur auf numerischem Wege lösbar.

Nach diesen Vorbemerkungen erscheint es paradox, als Rechenverfahren die Theorie schlanker Körper (Slender Body Theory) zu verwenden. Eine lineare Theorie kann ja das für den Zentralkörper eines Stoßdiffusors wesentliche Auftreten einer Verdichtungsstoßfront - im Unterschied zur Machschen Linie - nicht beschreiben. Es gibt jedoch im Verlaufe der Rechnung eine Möglichkeit, die Nichtlinearität des Problems im Ergebnis befriedigend zu berücksichtigen, so daß auch die Stoßfront richtig ermittelt wird. Das Verfahren liefert wie die Theorie schlanker Körper natürlich nur eine Näherungslösung, jedoch eine Näherungslösung erweiterten Gültigkeitsbereichs.

II. Grundgleichungen und theoretische Ergebnisse

Bild 2 zeigt die in x-Richtung axial mit Überschallgeschwindigkeit angeströmte quadratische Pyramide, der halbe - über die Seitenfläche gemessene - Öffnungswinkel ist δ_0 . Die vom Körper hervorgerufene Stoßfläche verläuft im Längsschnitt geradlinig unter dem Winkel μ , im Querschnitt hat sie das Aussehen eines deformierten Kreises, die Stoßfrontneigung μ ist eine Funktion des Polarwinkels ω .

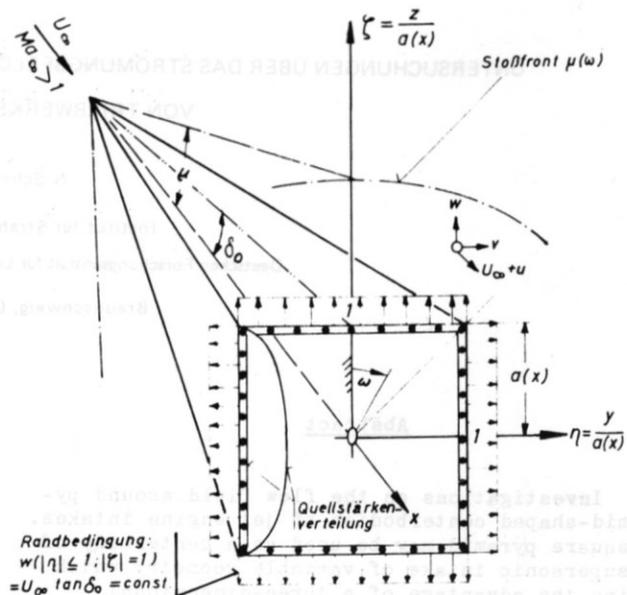


Bild 2: Allgemeine Ansicht und Bezeichnungen

Um die vierfache Achsensymmetrie des Problems - insbesondere auch die Strömung an der Körperkante - richtig wiederzugeben, wird nicht die Grundrißebene, sondern die Kontur selbst in jedem Querschnitt x mit ebenen Quellen belegt. Die Quellstärke ist so zu bestimmen, daß die kinematische Strömungsbedingung - resultierender Geschwindigkeitsvektor tangential in der Kontur - erfüllt wird; bei der symmetrischen Umströmung der ebenflächig begrenzten Pyramide ist überall auf der Kontur eine konstante Störgeschwindigkeitskomponente senkrecht zur Querschnittskontur als Randbedingung vorgeschrieben. Über der linken Quadratseite ist nach innen die erforderliche Quellstärkenverteilung angedeutet; sie ist im wesentlichen elliptisch, wie sich später noch herausstellen wird.

Als Querschnittskordinaten empfiehlt es sich, die auf die halbe Körperbreite bezogenen Abmessungen η und ξ einzuführen.

Grundgleichungen

Bei der Theorie schlanker Körper wird die Lösung der linearisierten Potentialgleichung für das Störgeschwindigkeitspotential $\phi(x, y, z)$ in Gl.(1):

$$(Ma_\infty^2 - 1) \phi_{xx} - \phi_{yy} - \phi_{zz} = 0 \quad (1)$$

hergeleitet unter der Voraussetzung der Gl.(2):

$$\tan \delta_0 \sqrt{\text{Ma}_\infty^2 - 1} = \frac{\tan \delta_0}{\tan \alpha} \ll 1, \quad (2) \quad \eta = \frac{y}{x \tan \delta_0}, \quad \zeta = \frac{z}{x \tan \delta_0}, \quad (5)$$

daß der Schlankkeitsparameter klein gegen Eins ist, oder mit anderen Worten, daß der Körper nicht zu nah am Machschen Einflußkegel (α) liegt. Dann kann das Gesamtpotential in Gl.(3) aus zwei Anteilen additiv zusammengesetzt werden (10)(11):

$$\Phi_{\text{total}} = \Phi(y, z; x) + g(x; \text{Ma}_\infty), \quad (3)$$

wobei der erste, machzahl-unabhängige Teil Φ als sogenannte **Q u e r s c h n i t t s s t r ö m u n g** (cross-sectional flow) die Lösung des **e b e n e n** Potentialproblems der Gl.(4):

$$\Phi_{yy} + \Phi_{zz} = 0, \text{ RB: } \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \Big|_{\text{Kontur}} = \text{const}, \quad (4)$$

im Querschnitt beim Parameter x darstellt.

Der zweite, machzahl-abhängige Teil $g(x, \text{Ma}_\infty)$ ist als sogenannter **R a u m e i n f l u ß** (spatial-influence) in Gl.(5) (11):

$$g(x; \text{Ma}_\infty > 1) = \frac{U_\infty}{2\pi} \left[A_x(x) \ln \frac{\sqrt{\text{Ma}_\infty^2 - 1}}{2} - \int_0^x A_{xx}(x') \ln |x - x'| dx' \right] \quad (5)$$

im wesentlichen proportional dem Logarithmus aus $(\text{Ma}^2 - 1)$ und wird bei gegebener Querschnittsverteilung $A(x)$ durch einfache Quadratur gewonnen. Gl.(5) zeigt, daß die Funktion $g(x)$ für Körper unterschiedlicher Querschnittsform, jedoch gleicher Querschnittsgröße $A(x)$ gleich ist. Die Pyramide und der ihr querschnittsgleiche Kegel als äquivalenter Rotationskörper haben den gleichen Raumeinfluß.

Konisches Strömungsfeld

Aufgrund der Körpergeometrie und des experimentellen Befundes (1), daß die statischen Drücke längs Strahlen auf der Körperoberfläche von der Spitze aus konstant sind und die Stoßfront in jedem Axialschnitt gerade verläuft, ist es berechtigt und sinnvoll, die Existenz eines konischen Strömungsfeldes anzunehmen und die konischen Koordinaten η und ζ nach Gl.(6) einzuführen:

sodaß die Strömungsgrößen nur noch vom Verhältnis der Koordinaten y/x und z/x abhängen. Das Gesamtpotential aus Gl.(3) transformiert sich damit zu Gl.(7):

$$\Phi_{\text{total}} = U_\infty x \tan^2 \delta_0 \left[\Phi(\eta, \zeta) + g(\ln |\tan \delta_0 \sqrt{\text{Ma}_\infty^2 - 1}|) \right], \quad (7)$$

einen Querschnittsströmungsanteil $\Phi(\eta, \zeta)$, jetzt in den neuen Querschnittskordinaten, und einen nur vom Schlankkeitsparameter abhängigen Raumeinfluß g . Die explizite Koordinate x läßt sich aus dem eingeklammerten Teil völlig herauslösen, Glieder mit $\ln x$ heben sich weg.

Die Störgeschwindigkeiten ergeben sich durch partielle Differentiation des Gesamtpotentials nach den Koordinatenrichtungen x, y, z als von x unabhängig, wie Gl.(8), (9) und (10) zeigen:

$$u = \frac{\partial \Phi_{\text{total}}}{\partial x} = U_\infty \tan^2 \delta_0 \left[\Phi - \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + g(\ln |\tan \delta_0 \sqrt{\text{Ma}_\infty^2 - 1}|) \right], \quad (8)$$

$$v = \frac{\partial \Phi_{\text{total}}}{\partial y} = U_\infty \tan \delta_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}, \quad (9)$$

$$w = \frac{\partial \Phi_{\text{total}}}{\partial z} = U_\infty \tan \delta_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}, \quad (10)$$

und nur die u -Komponente in Gl.(8) enthält im Raumeinfluß eine Machzahlabhängigkeit. Die übrigen Ausdrücke sind als Querschnittspotential und dessen partielle Ableitungen nur von den Koordinaten η und ζ abhängig.

Druckbeiwert

Der Druckbeiwert wird bei schlanken, nicht-dünnen Körpern besser in der zweiten Näherung unter Hinzunahme der Quadrate der induzierten Quergeschwindigkeiten angesetzt (23), und man erhält für die Druckverteilung im Strömungsfeld der **P y r a m i d e** in Gl.(11):

$$C_p(\eta, \zeta; \delta_0, Ma_\infty) = -2 \frac{u}{U_\infty} - \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \quad (11)$$

$$= \tan^2 \delta_0 \left[C_1 - \frac{8}{\pi} \ln |\tan \delta_0 \sqrt{Ma_\infty^2 - 1}| + f(\eta, \zeta) \right],$$

außer einem gemeinsam abzusondernden Faktor $\tan^2 \delta_0$, den aus der u-Komponente linear eingehenden Raumeinfluß, der die Abhängigkeit von Machzahl und Körperdicke enthält, plus einer Funktion $f(\eta, \zeta)$ in der die übrigen, nur von den Querschnittskordinaten η und ζ abhängigen Ausdrücke zusammengefaßt werden.

Stellt man der Pyramide den querschnittsgleichen Kegel gegenüber, dessen halber Öffnungswinkel δ_c sich aus der Bedingung der Querschnittsgleichheit nach Gl.(12):

$$\tan^2 \delta_c = \frac{4}{\pi} \tan^2 \delta_0 \quad (12)$$

aus dem Öffnungswinkel δ_0 errechnet, so läßt sich in Gl.(13) für ihn nach der gleichen Theorie schlanker Körper ein Druckbeiwert für den Druck auf seiner Oberfläche angeben - er ist aus der Literatur (12)(13) bekannt -:

$$C_{p_{ck}}(\delta_c(\delta_0); Ma_\infty) = \quad (13)$$

$$= \tan^2 \delta_c \left[C_2 - 2 \ln |\tan \delta_c \sqrt{Ma_\infty^2 - 1}| \right],$$

wobei der Index c für den Kegel (cone) steht und der Index k für Kontur. Der Druckbeiwert enthält ganz analog den logarithmischen Ausdruck aus dem Raumeinfluß.

Der Theorie schlanker Körper zufolge sind aber die Raumeinflüsse beider Körper, der Pyramide und des äquivalenten Kegels, gleich; folglich muß sich in Gl.(11), dem Pyramiden-Druckbeiwert, der logarithmische Ausdruck formal eliminieren lassen zugunsten des Ausdruckes $C_{p_{ck}}$ im Kegel-Druckbeiwert von Gl.(13). Setzt man Gl.(12) in Gl.(13) ein und subtrahiert sie von Gl.(11), so folgt das Endergebnis in Gl.(14) direkt:

$$C_p(\eta, \zeta; \delta_0, Ma_\infty) = \quad (14)$$

$$= C_{p_{ck}}(\delta_c(\delta_0); Ma_\infty) + \tan^2 \delta_0 \left[f(\eta, \zeta) - C \right].$$

(nichtlinear)

Der in Gl.(13) aus dem Logarithmus abzusondernde Faktor $2/\sqrt{\pi}$ geht wegen der logarithmischen Rechenregeln in die Konstante C ein.

Bis hierher bewegte sich die Ableitung völlig auf dem linearen Boden der Theorie schlanker Körper. Der entscheidende Schritt zur Entlinearisierung des Ergebnisses erfolgt an dieser Stelle, wenn vorgeschlagen wird, in Gl.(14) für den Zahlenwert von $C_{p_{ck}}$, dem Kegel-Oberflächen-Druckbeiwert, nicht den Zahlenwert aus Gl.(13), den Wert aus der Theorie schlanker Körper, zu verwenden, sondern den Tafelwert der nichtlinearen Kegelströmung.

Der Druckbeiwert der aus den nichtlinearen Differentialgleichungen berechneten Überschall-Kegelströmung ist für verschiedene Gase in gasdynamischen Tafeln, Diagrammen und graphischen Darstellungen angegeben und aus der Literatur bekannt, beispielsweise aus NACA TR 1135 (14) und bei Dailey and Wood (15) (Taylor-Macoll) für ein Verhältnis der spezifischen Wärmen von $\kappa = 1,405$, ferner bei Rosenhead (16) für $\kappa = 1,400$ und aus NASA TN D-819 (17) für $\kappa = 5/3$. Auch die übrigen Strömungsparameter, wie Machzahl auf der Kegeloberfläche und Stoßfrontwinkel, können dort entnommen werden.

Die Diskussion des Ergebnisses in Gl.(14) liefert folgendes: Der Druck im Strömungsfeld einer axial mit Überschall angeströmten Pyramide mit dem Öffnungswinkel δ_0 ergibt sich aus dem Druck auf der Oberfläche des querschnittsgleichen Kegels ($\delta_c(\delta_0)$), der bei derselben Machzahl (Ma_∞) von demselben Medium (κ) angeströmt wird, plus einem inkompressibel gerechneten Druckzusatz, der sogenannten Druckquerverteilung (Cross-sectional pressure distribution). Gl.(14) zeigt eine wünschenswerte Trennung der Einflüsse von Machzahl und Gasart einerseits und einer Ortsabhängigkeit andererseits. Abgesehen vom Vorfaktor $\tan^2 \delta_0$, hängt die Druckquerverteilung $[f(\eta, \zeta) - C]$ nur von den dimensionslosen konischen Querschnittskordinaten η, ζ ab, ist also reine Ortsfunktion in zwei Koordinaten ohne einen weiteren Parameter. Die Druckquerverteilung ist daher eine universelle Funktion für alle quadratischen Pyramiden in Überschallströmung, für unterschiedliche Machzahlen, Gasarten und Öffnungswinkel. Für die Darlegung des Ergebnisses bedeutet das eine graphische Darstellung in nur einer zusätzlichen Tafel, was der ingenieurmäßigen Anwendung sehr entgegenkommt.

Bild 3 zeigt diese Druckquerverteilung im Strömungsquerschnitt einer Pyramide. Werden die Drücke im Strömungsfeld in Differenz zum Druck auf der Mittellinie der Seitenfläche - im Punkt $P(\eta = 0; \zeta = 1)$ - gesetzt, dann ist der universelle Isobarenparameter ein Ausdruck der Form $\Delta C_p / \tan^2 \delta_0$, wie er an der Linie unter 45° angedeutet steht. Die Form der Isobaren ähnelt - von außen kommend - zunächst einer Kreisform, die über der Seitenfläche immer stärker abflacht und schließlich nach innen eingezogen wird, bis hin zur Muschelform im Bereich von Kontur und Körperkante. Die höchste Druckdifferenz auf der Kontur tritt im Eckpunkt bei $\eta = 1$ auf und beträgt $0,44 \tan^2 \delta_0$ vom konventionellen Staudruck $\rho_\infty U_\infty^2 / 2$.

Der Punkt $P(\eta; \zeta = 1)$ auf der Kontur bei $\eta_c = 0,748$ bzw. $\omega_c = 36,8^\circ$ weist die Besonderheit auf, daß der inkompressibel gerechnete Druckzusatz beim Druckbeiwert der Gl.(14) stets

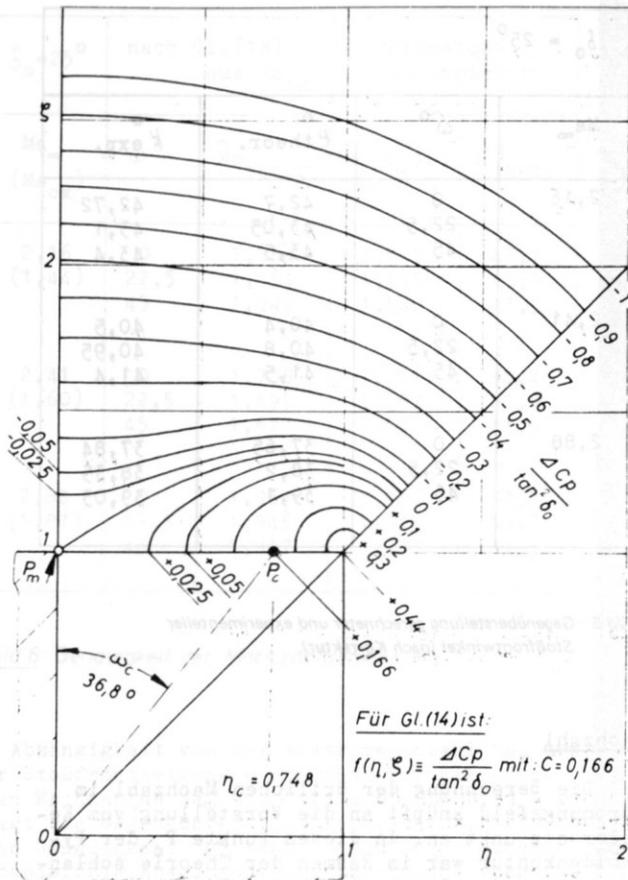


Bild 3: Die Druckquerverteilung im Überschall-Strömungsfeld einer Pyramide. (Isobaren in Differenz zum Druck in P_0)

gleich Null ist. Unabhängig von Machzahl, Gasart und Öffnungswinkel ist in diesem Punkt der Pyramidenkontur - man könnte ihn Kegelerstzpunkt nennen - der Druck stets gleich dem Druck auf der Oberfläche des Ersatzkegels. Im Kegelerstzpunkt kann eine experimentelle Überprüfung ansetzen.

Druckwiderstand.

Der von der Pyramide hervorgerufene Druckwiderstand wird aus der Summe aller in Anströmrichtung auf die Körperoberfläche wirkenden Druckkräfte berechnet. Durch Integration der Druckverteilung Gl.(14) auf der Kontur ($\xi = 1$) von $\eta = 0$ bis $\eta = 1$ erhält man für den auf die Basisfläche bezogenen Widerstandsbeiwert der Pyramide in Gl.(15):

$$C_D(\delta_0, Ma_\infty) = \int_0^1 C_p(\eta, \xi) d\eta \quad (15)$$

$$= C_{p_{CK}}(\delta_0, Ma_\infty) = 0,050 \tan^2 \delta_0$$

(nichtlinear)

Der erste Ausdruck ist durch den Druckbeiwert des Ersatzkegels gegeben, er ist gleichzeitig der Widerstandsbeiwert des Ersatzkegels (12). Der zweite Ausdruck bedeutet eine Korrektur des Widerstandes infolge der speziellen Querschnittsform. Der Druckwiderstand der Pyramide ist kleiner als der des äquivalenten Rotationskörpers. Größenordnungsmäßig liegt die Widerstandersparnis der Pyramide gegenüber dem flächengleichen Ersatzkegel bei 2 bis 4 Prozent je nach Machzahl und Pyramidenöffnungswinkel bis $\delta_0 = 30^\circ$. Auch elliptische Kegel haben nach Ferri (18) und Kahane und Solarski (13) die Eigenschaft, daß ihr Widerstand kleiner als der des querschnittsgleichen Kreiskegels ist.

Stoßfront

Die Berechnung der Druckverteilung nach Gl.(14) ist auf das Strömungsfeld im Bereich zwischen Körperkontur und Stoßfläche zu beschränken. Das in Bild 3 gezeichnete Isobarenfeld hat in Abhängigkeit von der Machzahl, und dem Öffnungswinkel dort seine Begrenzung, wo der statische Druck gerade die Größe erreicht, die hinter einem schrägen Verdichtungsstoß auftritt. Die Stoßfront liegt im Strömungsfeld der Pyramide an der Stelle, wo sie die den Schrägstoßgesetzen adäquaten Druckverhältnisse vorfindet.

Der nichtlinear verbesserte Druckbeiwert der Gl.(14) läßt die Berechnung der Lage der Stoßfront zu. Bei gegebener Machzahl Ma_∞ und gegebenem Öffnungswinkel δ_0 sowie vorgewählter Richtung ω - wenn man Polarkoordinaten r und ω statt η und ξ verwendet - berechnet man in Gl.(16) den Druckverlauf $p(r)$ längs des Strahles $\omega = \text{const}$.

$$\frac{p}{p_\infty}(r; \omega; \delta_0, Ma_\infty) \quad (16)$$

vom Körper her und vergleicht mit dem Druck hinter dem Schrägstoß aus den Stoßgleichungen (14)(16):

$$\frac{p}{p_\infty}(\mu; Ma_\infty) \quad \mu \text{ aus: } \tan \mu = r \tan \delta_0, \quad (17)$$

wobei der Stoßfrontwinkel μ mit dem Radiusvektor r nach Gl.(17) verknüpft ist. Der Ort mit Druckgleichheit kennzeichnet die Lage der Stoßfront. Das Berechnungsverfahren für den nur implizit gegebenen Stoßfrontwinkel kann man ökonomisch gestalten, wenn man als Anhaltswert den Stoßfrontwinkel μ_c (14,15,16,17) des Ersatzkegels verwendet und zwei weitere um ± 5 Prozent abweichende Werte, die die Variationsbreite des Winkels $\mu(\omega)$ erfahrungsgemäß einschließen. Die Lösung erfolgt dann etwa graphisch in einem Schrägstoßdiagramm (16).

Bild 4 zeigt in den stark ausgezogenen Linien den Stoßfrontverlauf im Strömungsquerschnitt bei verschiedenen Machzahlen ($\delta_0 = 25^\circ$).

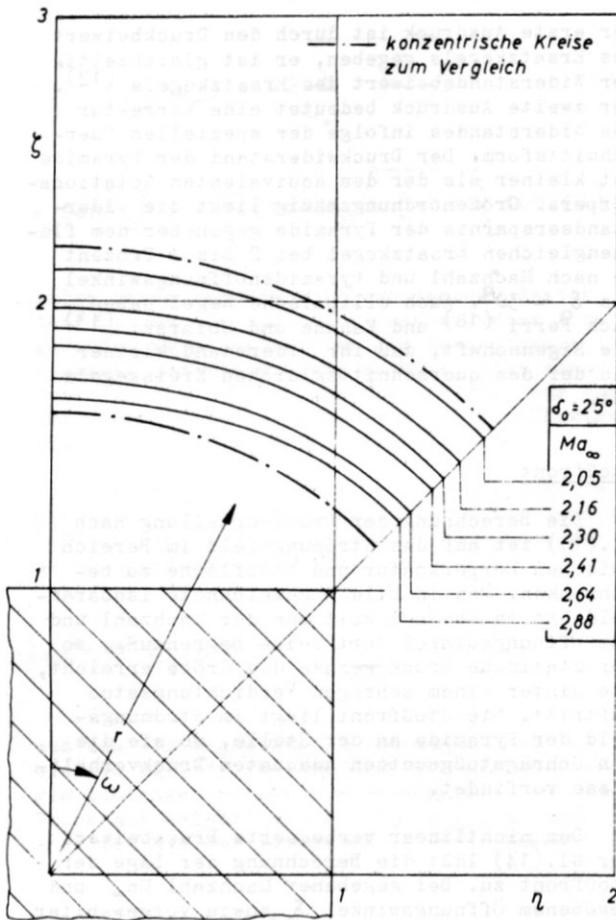


Bild 4: Der Stoßfrontverlauf im Strömungsquerschnitt

Die strichpunktierten Linien sind konzentrische Kreise zum Vergleich dazu. Bei Machzahl 2 ist eine nur geringe Abweichung von der Kreisform zu erkennen, während bei steigender Machzahl eine Verformung entsprechend des quadratischen Körperquerschnitts zu bemerken ist: im Bereich der Körperkante ($\omega = 45^\circ$) herausgedrückt und über der Fläche ($\omega = 0^\circ$) eingezogen. Die Form ist aber nicht im geringsten quadratisch, sondern bleibt im untersuchten Bereich überwiegend kreisförmig. Bei Machzahl 3 beträgt der Stoßfrontwinkelunterschied zwischen $\omega = 45^\circ$ und $\omega = 0^\circ$ nur etwa $1,5^\circ$, und der örtliche Ruhedruck variiert um weniger als ± 2 Prozent, so daß der Einfluß der unterschiedlichen Ruhedrucke auf die Rechnung bei diesen Strömungsverhältnissen noch als gering angesehen werden kann.

Eine Gegenüberstellung zwischen gerechneten und gemessenen, nach einer Enveloppenkonstruktion korrigierten Stoßfrontwinkeln zeigt Bild 5. Für drei verschiedene Machzahlen 2,16, 2,41 und 2,88 und je drei Richtungen ω stehen die theoretischen und experimentell ermittelten Stoßfrontwinkel gegenüber. Die Differenzen liegen mit $0,1^\circ$ bis $0,2^\circ$ beinahe im Rahmen der Meßgenauigkeit. Die aus der verbesserten Druckverteilung gerechneten Stoßfrontwinkel werden also innerhalb $\pm 0,5$ Prozent richtig ermittelt.

$\delta_0 = 25^\circ$			
Ma_∞	ω°	μ° theor.	μ° exp.
2,16	0	42,7	42,72
	22,5	43,05	43,1
	45	43,5	43,4
2,41	0	40,4	40,5
	22,5	40,8	40,95
	45	41,5	41,4
2,88	0	37,65	37,84
	22,5	38,2	38,35
	45	39,1	39,03

Bild 5: Gegenüberstellung gerechneter und experimenteller Stoßfrontwinkel (nach Korrektur).

Machzahl

Die Berechnung der örtlichen Machzahl im Strömungsfeld knüpft an die Vorstellung vom Kegelerstzpunkt an. In diesem Punkte P der Pyramidenkontur war im Rahmen der Theorie schlanker Körper der Druck gleich dem Kegeloberflächendruck. Es wird angenommen, daß über den Gültigkeitsbereich der Theorie schlanker Körper hinaus - also auch bei der Umströmung von Pyramide und Kegel großen Schlankheitsparameters - die Lage des Kegelerstzpunkts erhalten bleibt und in ihm der Druck und auch die Machzahl Ma_{ck} herrschen wie auf der Oberfläche des Ersatzkegels. Das Experiment bestätigt im untersuchten Bereich die Druckidentität. Der Nachweis für die Richtigkeit des Ansatzens der Kegelmachzahl Ma_{ck} in diesem Punkte P erfolgt indirekt durch Berechnung und Vergleich der Machzahlen hinter der Schrägstoßfront.

Ausgehend von den Werten für den Druck p_{ck} und die Machzahl Ma_{ck} (14, 15, 16, 17) im Kegelerstzpunkt P kann unter Benutzung der verallgemeinerten Bernoullischen Gleichung für kompressible Strömung in jedem anderen vorgegebenen Punkt $P(\eta, \xi)$ mit dem Druck $p(\eta, \xi)$ aus Gl. (14) die Machzahl $Ma(\eta, \xi)$ nach Gl. (18) berechnet werden:

$$\frac{Ma}{Ma_{ck}} = \sqrt{1 + \left[\left(\frac{p_{ck}}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \left[1 + \frac{2/(\kappa-1)}{Ma_{ck}^2} \right]}. \quad (18)$$

Der Einfluß der schwach veränderlichen Ruhedrucke im Feld wurde vernachlässigt.

In Bild 6 sind die nach Gl. (18) von der Kontur her berechneten Machzahlen Ma am Orte des Stoßes den Machzahlen gegenübergestellt, wie sich aus den Schrägstoßgesetzmäßigkeiten (16)

$\delta_0 = 25^\circ$	nach Gl. (18) aus Ma_{ck}		Schrägstoß- abhängigkeit	
	ω°	\hat{Ma}_{theor}	$\hat{Ma}(Ma_\infty; \mu)$	μ°_{theor}
2,16 (1,44)	0	1,564	1,568	42,7
	22,5	1,554	1,555	43,1
	45	1,542	1,540	43,5
2,41 (1,60)	0	1,708	1,712	40,4
	22,5	1,695	1,697	40,8
	45	1,677	1,670	41,5
2,88 (1,87)	0	1,961	1,965	37,7
	22,5	1,946	1,943	38,2
	45	1,917	1,905	39,1

Bild 6: Genauigkeit der Machzahlberechnung.

in Abhängigkeit von der Anströmmachzahl Ma_∞ und der Stoßfrontneigung μ ergeben. Für die gleichen Machzahlen Ma_∞ und Orte ω wie in Bild 5 zeigt die Gegenüberstellung eine unerwartet hohe Genauigkeit der angegebenen Berechnungsmethode. Die Abweichung der Ergebnisse voneinander ist kleiner als 0,7 Prozent.

III. Experimentelle Ergebnisse

Im Verlaufe der theoretischen Abhandlung sind einige experimentelle Nachweise offen geblieben bezüglich der Voraussetzungen und Behauptungen, die über die Grundlagen der Theorie schlanker Körper hinausgehen.

Durchgeführt wurden die experimentellen Untersuchungen in einem Windkanal* mit einem Meßquerschnitt von 40 cm x 40 cm und einer Testzeit von 2 bis 3 Minuten im Machzahlbereich von 2 bis 3. Die Basis des Pyramidenmodells hatte eine Kantenlänge von ca. 12 cm, der halbe Öffnungswinkel betrug $\delta_0 = 25^\circ$, die Reynoldszahl 1 bis $3 \cdot 10^6$. Es wurden Druckmessungen und Schlierenaufnahmen gemacht.

Konisches Strömungsfeld

Die erste Frage ist die, ob ein konisches Strömungsfeld auch bei der Umströmung von Pyramiden großen Schlankheitsparameters - im vorliegenden Fall bei einem rechnerischen Wert von 0,84 bis 1,26 - gegeben ist. Die Nachprüfung an den Grenzen des Strömungsfeldes ergab auf der

* Heißwassergetriebener Ejektor-Triebwerkswindkanal des Instituts für Strahlantriebe der DFL

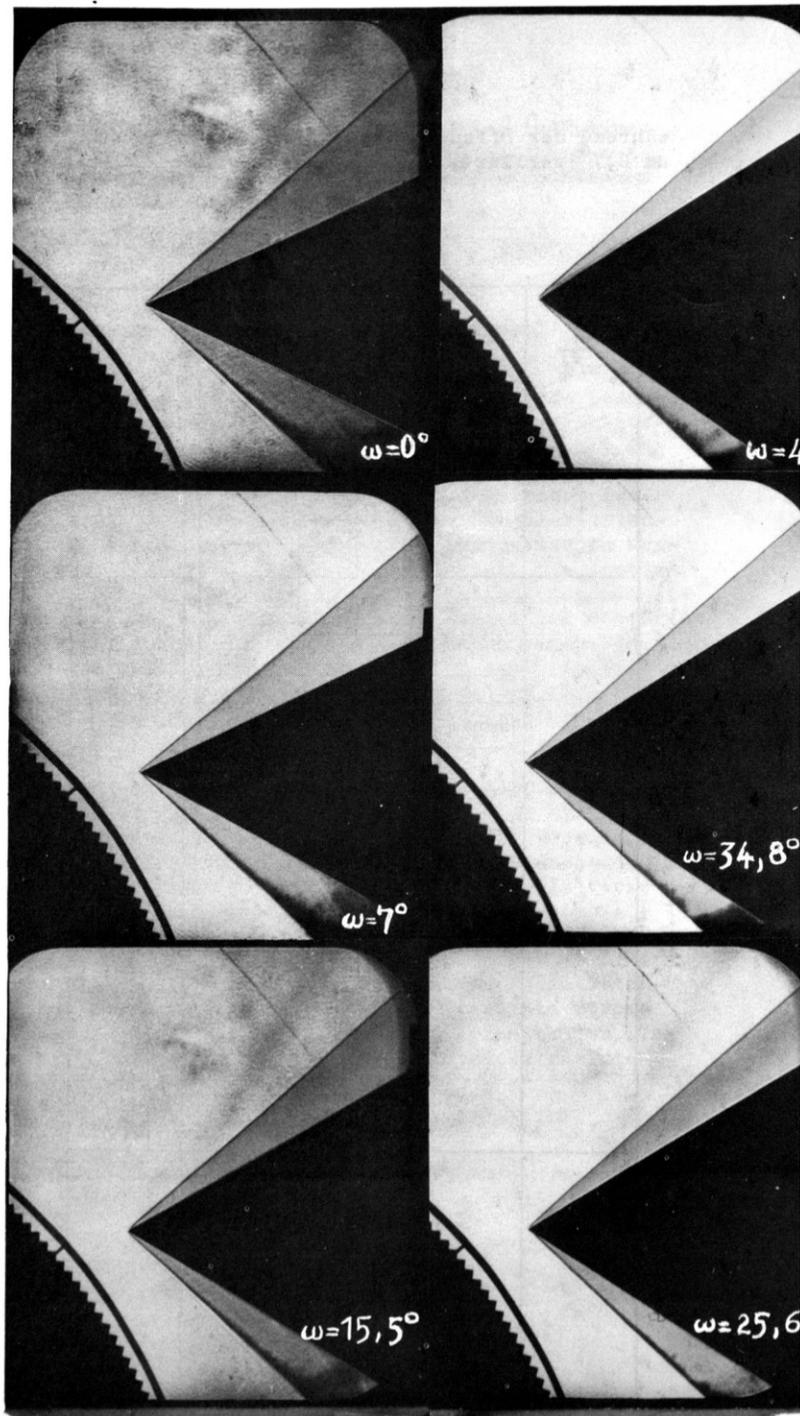


Bild 7: Das Stoßfrontbild bei axialer Drehung um den Winkel ω . (Pyramide $\delta_0 = 25^\circ$; $Ma_\infty = 2,30$).

Kontur, daß längs Strahlen von der Spitze aus innerhalb eines mittleren Fehlers von 1,5 Prozent bei der Bestimmung der Drücke ein konstanter Druckverlauf vorliegt. Die Stoßfront andererseits erscheint im Axialschnitt in allen Drehlagen ω als gerade Linie, solange im Strömungsfeld Überschallströmung herrscht, wie die Bildfolge in Bild 7 zeigt. Die Machzahl ist bei allen Bildern konstant 2,30. Bei der axialen Drehung des Modells erscheint der Pyramidenöffnungswinkel von 25° bis auf $33,4^\circ$ vergrößert,

während der Öffnungswinkel der Stoßfläche nur um $0,7^\circ$ variiert.

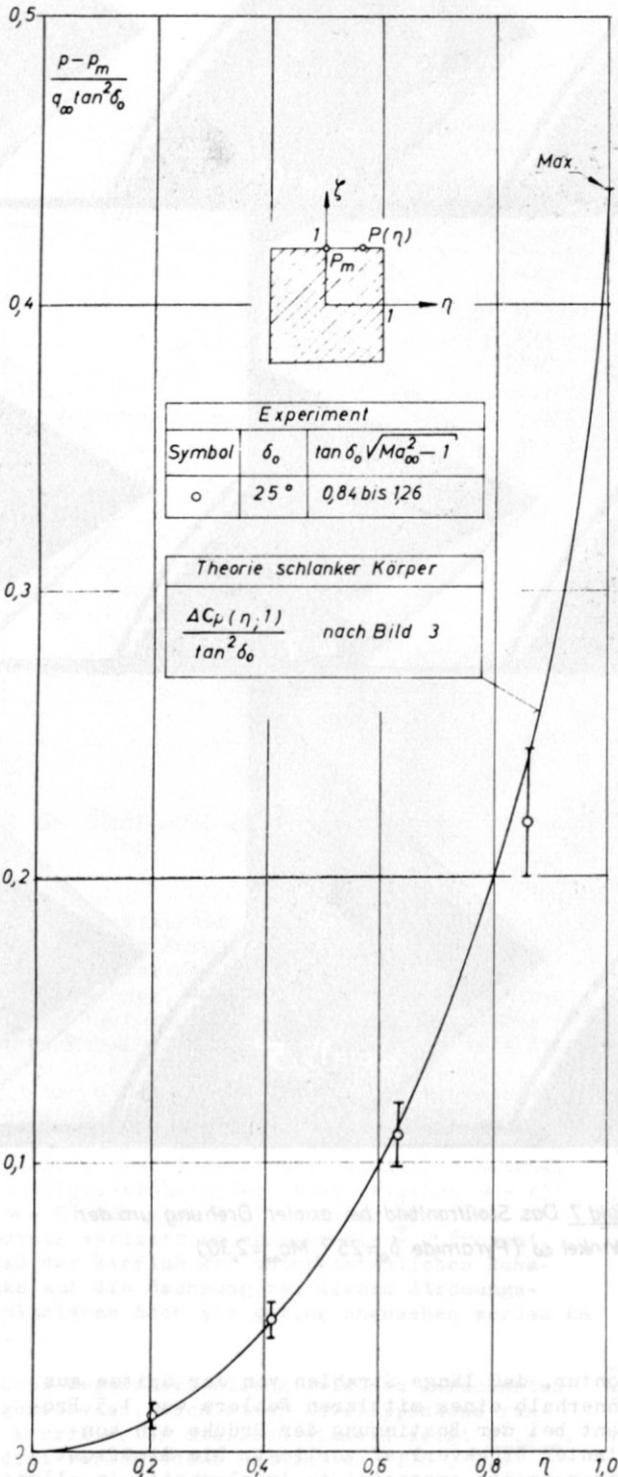


Bild 8: Die Druckquerverteilung auf der Pyramidenoberfläche

Druckquerverteilung

Die zweite Frage betrifft die Druckquerverteilung. Wird der Druckanteil aus der inkompressibel zu rechnenden Querschnittsströmung experimentell bestätigt?

In Bild 8 sind über der halben Pyramidenbreite von $\eta = 0$ bis $\eta = 1$ aufgetragen die dimensionslosen Druckdifferenzen der Konturdrücke zum Druck in der Mitte der Seitenfläche im Punkte P ($\eta = 0; \xi = 1$). Die ausgezogene Linie ist Theorie, die eingetragenen Punkte sind aus ca. 400 bis 2000 Einzeldruckmessungen über Versuchslaufzeit und Machzahlen gemittelte Meßwerte. Innerhalb der Begrenzungen wurde ein leichter Machzahlgang festgestellt, der sich jedoch aus dem Meßfehlerbereich nicht signifikant hervorheben ließ. Der Vergleich zwischen Theorie und Experiment zeigt, daß für die Gültigkeit der Ergebnisse aus der Querschnittsströmung erheblich höhere Werte für den Schlankheitsparameter zugelassen werden können als nach der Theorie schlanker Körper angegeben wird.

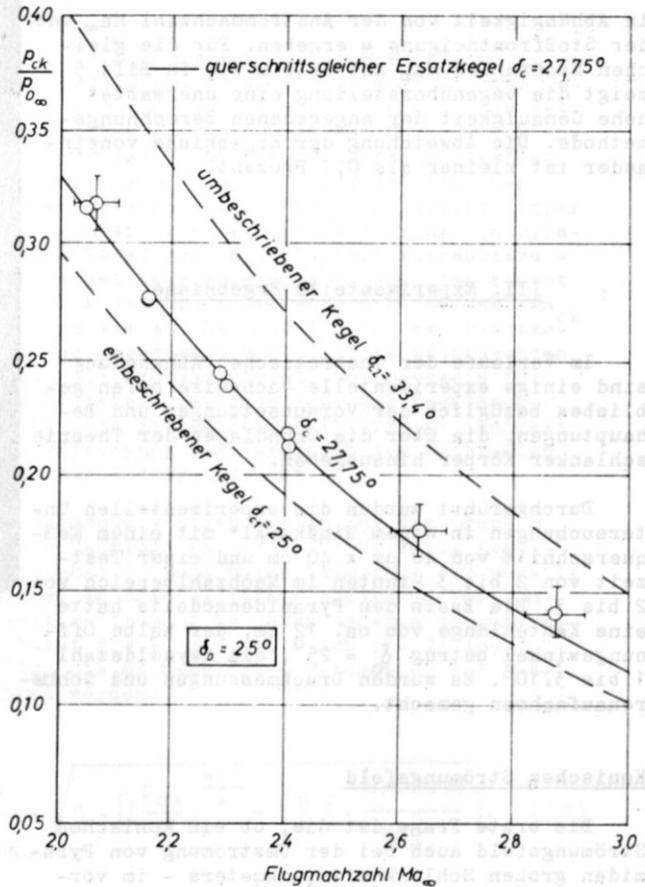


Bild 9: Die experimentellen Ergebnisse für den Druck im Kegelerstzpunkt $P_c(\eta_c; 1)$ auf der Oberfläche der Pyramide im Vergleich zu den Werten der nichtlinearen Kegeltheorie⁽¹⁵⁾ für den äquivalenten Rotationskörper.

Kegellersatzpunkt

Für den aus dem Raumeinfluß zu rechnenden Druckanteil gilt jedoch die Einschränkung schlanker Körper in vollem Umfang. Durch Elemente der nichtlinearen Kegeltheorie sollte eine Verbesserung erreicht werden. Es mußte geprüft werden, ob im Kegellersatzpunkt P_c auf der Pyramidenkontur der Oberflächendruck p_{ck} des querschnittsgleichen Kegels herrscht.

In Bild 9 sind über der Anström-Machzahl die Sollkurve für den Oberflächendruck p_{ck} des querschnittsgleichen Kegels - die mittlere Kurve mit $\delta_c = 27,75^\circ$ - und vergleichsweise die Kurven für den einbeschriebenen und den umbeschriebenen Kegel aus der nichtlinearen Kegeltheorie eingezeichnet. Die eingetragenen Meßwerte folgen dem vorgegebenen Verlauf gut, bei höheren Machzahlen innerhalb des Meßfehlerbereichs.

Stoßfrontwinkel

Eine zu Bild 9 ganz analoge Auftragung für den von der Pyramide hervorgerufenen mittleren Stoßfrontwinkel zeigt Bild 10. Der bei $\omega = 22,5^\circ$ gemessene Stoßfrontwinkel folgt dem Kegelstoß-

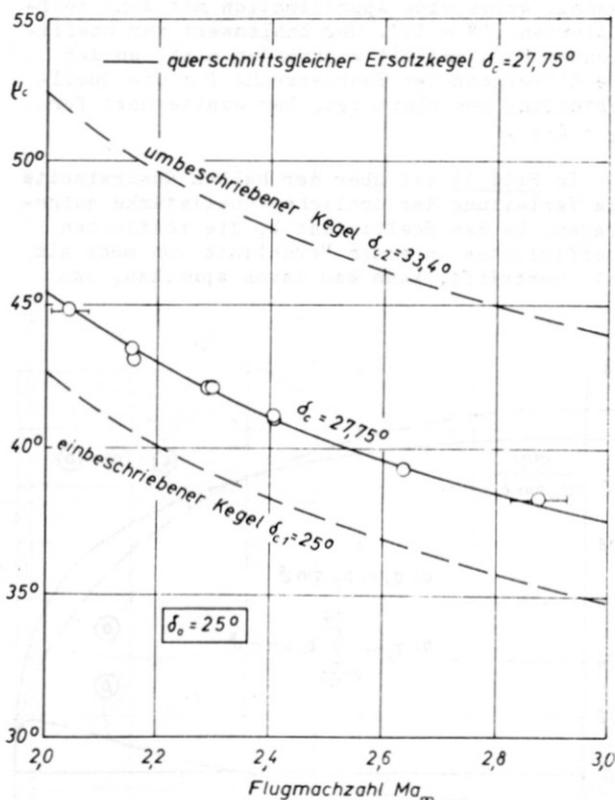


Bild 10 Der Stoßfrontwinkel des querschnittsgleichen Ersatzkegels nach der nichtlinearen Kegeltheorie (15) im Vergleich zu dem an der Pyramide bei $\omega = 22,5^\circ$ gemessenen Stoßfrontwinkel.

frontwinkel μ_c gut. Die Stoßverdichtung einer Pyramide liegt der Kegelverdichtung sehr nahe, so daß man einen etwa gleichen gasdynamischen Effekt erwarten kann.

IV. Das Querschnittspotential

Im folgenden Abschnitt soll auf die Besonderheiten bei der Ermittlung des Querschnittspotentials eingegangen werden. Gesucht ist das Geschwindigkeitspotential mit konstanter Geschwindigkeitskomponente normal zu einem Quadrat. Die Lösung wird nach dem Singularitätenverfahren durch Belegung der quadratischen Kontur mit ebenen Quellen hergeleitet. Die Bestimmungsgleichung für die Potentialfunktion ist eine Integralgleichung für die Verteilung der örtlichen Quellstärke. Sie wird durch einen Fourierreihenansatz mit zunächst offenen Koeffizienten für die Quellverteilung gelöst. Die Koeffizienten dienen der späteren Erfüllung der Randbedingung.

Aus Symmetriegründen kann die Gesamtlösung durch Überlagerung von vier gleichen Einzelquellstrecken aufgebaut werden. Die Rechnung erfolgt in einer komplexen η, ζ -Zahlenebene, in der die betrachtete Einzelquellstrecke auf der reellen η -Achse von $\eta = -1$ bis $\eta = +1$ liegt. Führt man die komplexe Strömungsfunktion $F(Z)$ der komplexen Veränderlichen $Z = \eta + i\zeta$ ein, so ist in Gl.(19) im Realteil von F die Potentialfunktion ϕ , und im Imaginärteil die Stromfunktion ψ , gegeben (12). Die Wirkungen der Elementarquellen sind längs der Strecke zu integrieren.

$$F(Z) = \phi(\eta, \zeta) + i\psi(\eta, \zeta) \quad (19)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} q(\eta') \ln|Z - \eta'| d\eta' \quad \text{mit: } Z = \eta + i\zeta.$$

Der Betrag $|Z - \eta'|$ ist der komplexe Abstand vom Quellpunkt zum Aufpunkt, η' ist die Belegungskordinate der Quellstärkenverteilung $q(\eta')$, für die in Gl.(20) ein Fourieransatz gemacht wird, der infolge der Strömungssymmetrie spezialisiert ist zu:

$$q(\eta') = \sum_{n=1;3;5\dots}^N b_n \sin n\theta \quad \text{mit: } \eta' = \cos \theta \quad (20)$$

als neuer reeller Belegungsvariablen. Eine wesentliche Bedingung für das Vermeiden theoretisch unendlich großer Störgeschwindigkeiten und negativer Drücke ist, daß die Quellstärke an Knickstellen der Kontur, hier in den Endpunkten der Quellstrecke, Null ist. Das Ein-

setzen von Gl.(20) in Gl.(19) und das Vertauschen der Summationsreihenfolge, sowie die mehrfache Anwendung eines Additionstheorems und eine einmalige partielle Integration führen auf drei elementar explizit lösbare Integrale der Form:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos \mu \vartheta}{Z - \cos \vartheta} d\vartheta = \frac{e^{-\mu \varphi}}{\sinh \varphi}, \quad \mu = 1; 3; 5 \dots, \quad (21)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos v \vartheta \ln |Z - \cos \vartheta| d\vartheta = -\frac{e^{-v \varphi}}{v}, \quad v = 2; 4; 6 \dots, \quad (22)$$

$$= \varphi - \ln 2 \quad \text{für: } v=0, \quad (23)$$

$$Z = \cosh \varphi_{(\text{komplex})}, \quad (24)$$

wobei mit Gl.(24) für die komplexe Veränderliche Z eine Koordinatentransformation auf die komplexe Veränderliche φ mittels der hyperbolischen Kosinusfunktion vorgenommen wurde. (Elliptische Koordinaten).

Ergebnisse für die Einzelquellstrecke

Aus Summen der in den Gl.(21) bis (23) stehenden Teilergebnisse ergibt sich die Lösung der komplexen Strömungsfunktion in Gl.(25) zu:

$$F(\varphi(Z)) = \frac{b_1}{4} \left[\varphi - \ln 2 + \frac{e^{-2\varphi}}{2} \right] + \sum_{n=3;5 \dots}^N \frac{b_n}{4} \left[-\frac{e^{-(n-1)\varphi}}{n-1} + \frac{e^{-(n+1)\varphi}}{n+1} \right]. \quad (25)$$

Für die Geschwindigkeitskomponenten längs (v) und quer (w) zur Einzelquellstrecke erhält man in Gl.(26) durch Differentiation der Strömungsfunktion nach dem komplexen Argument Z den relativ einfachen Ausdruck:

$$\begin{aligned} \overline{W}(\varphi(Z)) &= v(\eta, \zeta) - iw(\eta, \zeta) \\ &= \frac{dF}{dZ} = \sum_{n=1;3;5 \dots}^N \frac{b_n}{2} e^{-n\varphi} \end{aligned} \quad (26)$$

Die Ergebnisausdrücke hat man mittels der Eulerschen Formel in ihren Real- und Imaginärteil zu zerlegen und die Einflüsse aller vier Quadratseiten der Geometrie entsprechend zu überlagern.

Fourierkoeffizienten und Ergebnisse

Nach der Überlagerung der Geschwindigkeitskomponenten sind die Fourierkoeffizienten b_n so zu bestimmen, daß auf der Kontur eine konstante Normalkomponente induziert wird. Um die Willkür bei der Wahl von Punkten, in denen die Randbedingung exakt eingehalten wird, zu vermeiden, werden die Koeffizienten so ermittelt, daß die Randbedingung über die ganze Quadratseite hin im Mittel möglichst gut erfüllt ist im Sinne der kleinsten Fehlerquadratsumme. Die Rechnung führt auf ein einmalig (für alle δ_0 und $M_{a\infty}$) zu lösendes lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten b_n mit dem Ergebnis der Gl.(27):

$$\begin{aligned} b_1 &= 1,2735 & b_{11} &= 0,0154 & ; \\ b_3 &= 0,1415 & b_{13} &= 0,0122 & ; \\ b_5 &= 0,0544 & b_{15} &= 0,0101 & ; \\ b_7 &= 0,0311 & b_{17} &= 0,0088 & ; \\ b_9 &= 0,0209 & b_{19} &= 0,0077 & . \end{aligned} \quad (27)$$

Gewählt wurde eine Approximation mit zehn Koeffizienten. ($N = 19$). Der Zahlenwert der Koeffizienten b_n nimmt mit wachsendem n ab, so daß die Konvergenz der Fourierreihe für die Quellverteilung gesichert ist. Der exakte Wert für $b_1 = 4/\pi$.

In Bild 11 ist über der halben Quadratseite die Verteilung der örtlichen Quellstärke aufgetragen. Da der Koeffizient b_1 die restlichen Koeffizienten in einem Verhältnis von mehr als 9:1 übertrifft, kann man davon sprechen, daß

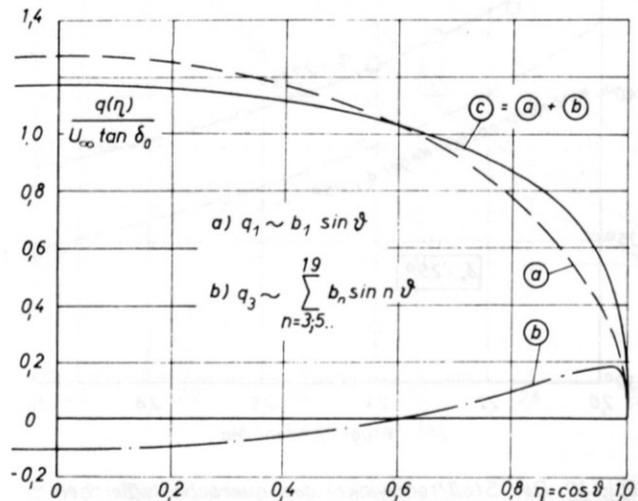


Bild 11 : Die Quellstärkenverteilung auf der Kontur einer quadratischen Pyramide.

sich die Quellverteilung - Kurve c) - aus einer elliptischen Grundverteilung - Kurve a) - und einer Zusatzverteilung - Kurve b) - aufbaut, die im Mittelabschnitt die Grundwerte verkleinert und im Endabschnitt die Grundwerte anhebt.

Bild 12 zeigt die Linien konstanten Geschwindigkeitspotentials im Strömungsfeld der Pyramide. Für einen Radius mit der 3-fachen halben Körperquerererstreckung und darüber hinaus erscheinen die Potentiallinien kreisförmig. Die quadratische Form des Körperquerschnitts beeinflusst ein Feld von der Größenordnung der Körperquerabmessung. Der Zusatz aus dem Raumeinfluss verändert nur die Bezifferung der Äquipotentiallinien.

Bild 13 zeigt die auf der Kontur induzierten Geschwindigkeitskomponenten. Sie bleiben auch im Pyramideneckpunkt endlich.

Bild 14 zeigt das Geschwindigkeitsfeld im Strömungsquerschnitt.

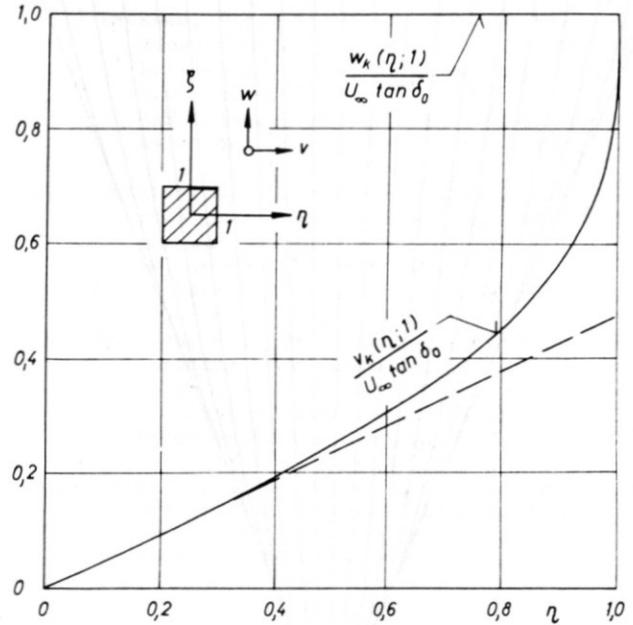


Bild 13: Die auf der Kontur durch die Quellenverteilung induzierten Geschwindigkeiten.

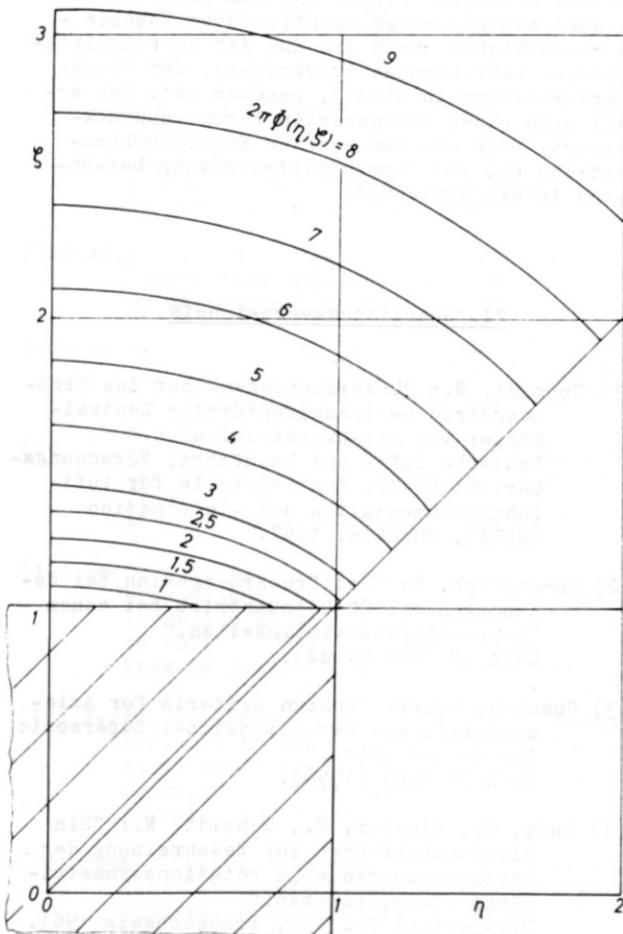


Bild 12: Linien konstanten Geschwindigkeitspotentials im Strömungsfeld der Pyramide.

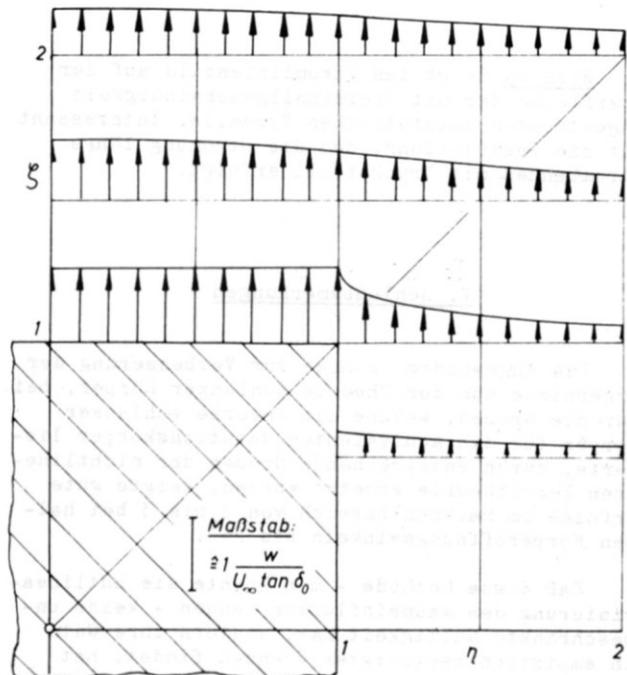


Bild 14: Die Geschwindigkeitsverteilung im Strömungsfeld der Pyramide. (w -Komponente)

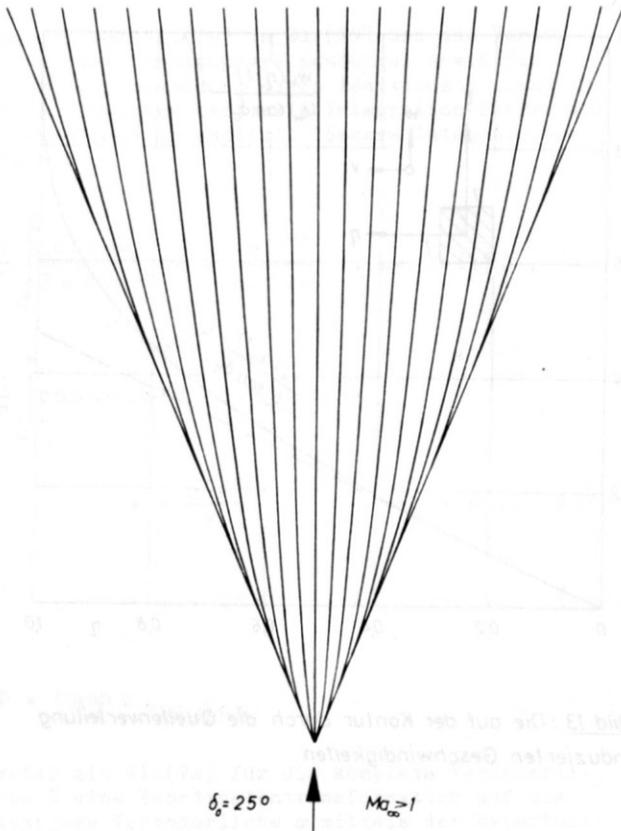


Bild 15: Das Stromlinienbild auf der Oberfläche der mit Überschallgeschwindigkeit angeströmten quadratischen Pyramide.

Bild 15 zeigt das Stromlinienbild auf der Oberfläche der mit Überschallgeschwindigkeit angeströmten quadratischen Pyramide. Interessant ist die Feststellung, daß die Strömung längs Strombahnen mit Druckabfall erfolgt.

V. Schlußbemerkungen

Die angewandte Methode zur Verbesserung der Ergebnisse aus der Theorie schlanker Körper, bei der die Größen, welche die Theorie schlanker Körper für den äquivalenten Rotationskörper lieferte, durch entsprechende Größen der nichtlinearen Kegeltheorie ersetzt wurden, zeigte gute Erfolge im Machzahlbereich von 2 bis 3 bei halben Körperöffnungswinkeln bis 25° .

Daß diese Methode - man könnte sie Entlinearisierung des Raumeinflusses nennen - keine unbeschränkte Gültigkeit hat, sondern ihre Güte in empirisch bestätigten Grenzen findet, hat sie mit der Theorie schlanker Körper gemeinsam. Sie liefert jedoch gültige Ergebnisse bis zu erheblich höheren Schlankheitsparametern.

Eine Erklärung für die gute Übereinstimmung könnte der Äquivalenzsatz von K. Oswatitsch (19) geben. Danach "läßt sich die Strömung an schlanken,

spitzen Körpern im Linearisierungsgebiet der Differentialgleichungen auf die Strömung um einen Rotationskörper gleicher Querschnittsfläche zurückführen, wobei der Unterschied in der Querschnittsform durch einen Zusatz in der Rechnung gestellt wird, der sich aus Belegungsintegralen in den Querschnitten ergibt. Diese als Äquivalenzsatz bezeichnete Reduktion dreidimensionaler auf achsensymmetrische Verteilungen ist nicht nur für den linearen, sondern auch für den nichtlinearen Bereich der Strömung ausgesprochen worden". Bewiesen wurde er bei schallnaher Anströmung mit der Bemerkung, daß sich bei Schallanströmung die größte Genauigkeit ergibt.

Setzt man die Gültigkeit des Äquivalenzsatzes - wenn auch mit verminderter Genauigkeit - für Strömungen mit $Ma_\infty > 1$ voraus, dann gilt weiterhin, daß der Unterschied der Strömung um den betrachteten Körper und der Strömung um den äquivalenten Rotationskörper sowohl im linearen wie im nichtlinearen Bereich durch ein und denselben Zusatz aus der zweidimensionalen Querschnittsströmung gegeben ist. Wendet man den Äquivalenzsatz auf den Druckbeiwert an, so folgt, daß der Unterschied zwischen Pyramiden- und Kegelströmung - einmal gerechnet nach der Theorie schlanker Körper und zum anderen gerechnet mittels einer nichtlinearen Theorie - im wesentlichen durch den aus der Querschnittsströmung herrührenden Druckzusatz, der Druckquerverteilung in Bild 3, gegeben ist. Man erhält also einen verbesserten Pyramidendruckbeiwert, wenn man zum exakten Kegeldruckbeiwert den aus der Querschnittsströmung berechneten Anteil hinzufügt.

VI. Schrifttumsverzeichnis

- (1) Schmidt, N.: "Untersuchungen über das Strömungsfeld um pyramidenförmige Zentralkörper von Triebwerkseinläufen." Deutsche Luft- und Raumfahrt, Forschungsbericht 67-72; Zentralstelle für Luftfahrtokumentation und -information (ZLDI), München, 1967.
- (2) Oswatitsch, K: "Der Druckrückgewinn bei Geschossen mit Rückstoßantrieb bei hohen Überschallgeschwindigkeiten." NACA TM 1140 (1944).
- (3) Connors, Meyer: "Design Criteria for Axisymmetric and Two-Dimensional Supersonic Inlets and Exits." NACA TN 3589 (1956).
- (4) Lutz, O., Riester, E., Schmidt, N.: "Ein Diagrammverfahren zur Beschreibung der Strömungszustände in rotationssymmetrischen Stoßdiffusoren." DFL-Bericht Nr. 138, Braunschweig 1961.
- (5) Lutz, O., Riester, E., Schmidt, N.: "Erweiterung eines Nomogramms zur Berechnung von Staustrahltriebwerken auf rotationssymmetrische Einläufe." DFL-Bericht Nr. 180, Braunschweig 1962.

- (6) Yaffee, M.L.: "Inlet Progress Key to Development of Advanced Aircraft." Aviation Week, April 1966, p. 52.
- (7) Trommsdorff, W.: "Untersuchungen an Triebwerkseinläufen." DLR FB 66-34; ZLDI, München, 1966.
- (8) Briggs, B.R.: "Calculation of Supersonic Flow Past Bodies Supporting Shock Waves Shaped Like Elliptic Cones." NASA TN D-24, Aug. 1959, Ames Research Center.
- (9) Oswatitsch, K.: "Gasdynamik." Springer-Verlag, Wien 1952.
- (10) Ward, G.N.: "Supersonic Flow Past Slender Pointed Bodies." Quart. Journ. Mech. and Appl. Mech., Volume II, (1949), p. 75 - 97.
- (11) Adams, M.C., Sears, W.R.: "Slender Body Theory, Review and Extension." Journal of the Aeronautical Sciences, Volume 20, Febr. 1953, Number 2, p. 85.
- (12) Schlichting, H., Truckenbrodt, E.: "Aerodynamik des Flugzeuges." Springer-Verlag (1960), Band I, S. 392, Band II, S. 271.
- (13) Kahane, A., Solariski, A.: "Supersonic Flow about Slender Bodies of Elliptic Cross Section." Journal of the Aeronautical Sciences, Volume 20, August 1953, Number 8, S. 513.
- (14) NASA TR. 1135, : "Equations, Tables and Charts from Compressible Flow." By Ames Research Staff (1959).
- (15) Dailey, C.L., Wood, F.C.: "Computation Curves for Compressible Fluid Problems." John Wiley and Sons, Inc. New York.
- (16) Rosenhead, L.: "A Selection of Graphs for Use in Calculations of Compressible Airflow." At the Clarendon Press, Oxford 1954.
- (17) Henderson, A.: "Charts for Conical and Two-Dimensional Oblique-Shock Flow Parameters in Helium at Mach Numbers from about 1 to 100." NASA TN D-819, Washington June 1961.
- (18) Ferri, A., Hess, N., Kaplita, Th.: "Supersonic Flow over Conical Bodies Without Axial Symmetry." Journ. of the Aeronaut. Sci., Vol. 20, August 1953, Number 8, p. 563.
- (19) Oswatitsch, K., Keune, F.: "Ein Äquivalenzsatz für nichtangestellte Flügel kleiner Spannweite in schallnaher Strömung." ZfW., 3. Jahrg., Heft 12 (1955), Braunschweig.
- (20) Sauer, R.: "Practical Numerical Methods of Three-Dimensional Supersonic Flow." TR Contract No. AF 61 (514) - 1080/AD - 240366.
- (21) Peckham, D.E.: "Pressure Distribution Measurements on a Series of Slender Delta-Body Shapes at Mach Numbers of 6.85 and 8.60." RAE Techn. Note Aero 2952, Ministry of Aviation, London WC 2, Febr. 1964.
- (22) Emlinton, E.: "Theoretical Comparison of the Flow over a Flat Delta Wing and a Rectangular Pyramid." ARC Current Paper 637, Ministry of Aviation, London 1963.
- (23) Gersten, K.: "Berechnung der Überschallströmung um nichtangestellte schlanke Flügel." Sonderheft (GAMM-Tagung Karlsruhe), Akademie-Verlag, Berlin 1963, Band 43.
- (24) Ferri, A.: "The Linearized Characteristics Method and Its Application to Practical Nonlinear Supersonic Problems." NACA Rep. 1102, 1952.
- (25) Chapkis, R.L.: "Hypersonic Flow Over an Elliptic Cone: Theory and Experiment." Journ. of the Aerospace Sci., Vol.28, November 1961, p. 844.
- (26) Squire, L.C.: "Application of Linearized Characteristics to Sharp-Edged Conical Bodies." The Aeronaut. Quarterly, Vol. XVI, Febr. 1965.